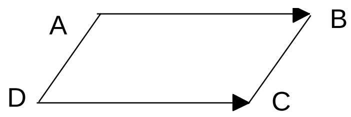
Examen de vectores 1º BACH. Curso 2009-2010

Nombre...

1.- Dados los puntos A(2,1); B(0,-5) y C(3,-2)

a) Calcula D para que ABCD sea un paralelogramo



$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$;

coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ = extremo- origen= (0,-5)-(2,1)=(-2,-6)

coordenadas de $\overrightarrow{DC}$ = (3,-2)-(x,y)= (3-x, -2-y)

Como ambos vectores son iguales sus coordenadas también son iguales. Por lo tanto:

$\begin{cases} -2 = 3 - x \\ -6 = -2 - y \end{cases}$ Despejando x=5, y=4; D(5,4)

b) Halla el módulo del vector $\overrightarrow{AB}$. Coordenadas de $\overrightarrow{AB}$ =(-2,-6);

módulo de $\overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40}$

c) Halla el extremo de un representante del vector $\overrightarrow{AB}$ **con origen en el punto E(4,4)**

El extremo será F(x,y). Las coordenadas de $\overrightarrow{EF}$ serán :extremo-origen= (x,y)-(4,4)=(x-4,y-4)

y deben ser iguales a las de $\overrightarrow{AB}$ (-2,-6) (halladas en el apartado a). Por tanto

$\begin{cases} -2 = x - 4 \\ -6 = y - 4 \end{cases}$ Despejando, x=2, y=-2 y el extremo es F(2,-2)

d) Calcula el punto medio del segmento AB. Las coordenadas del punto medio de un segmento son la semisuma de las coordenadas de sus extremos. Por tanto

M=$\left(\frac{2+0}{2}, \frac{1+(-5)}{2} \right) = (1,-2)$

2.- Dados los vectores $\vec{a}(2,3)$; $\vec{b}(1,5)$; $\vec{c}(3,8)$; $\vec{d}(-4,-6)$; $\vec{e}(-5,25)$ **y** $\vec{f}(3,15)$

Responder razonadamente a las siguientes cuestiones

a) ¿son $\vec{a}$ **y** $\vec{b}$ **LD o LI?** Son LI porque tienen distinta dirección

b) ¿son $\vec{a}$ **y** $\vec{d}$ **sistema generador?** No porque tienen la misma dirección

c) ¿es $\vec{a}$ **combinación lineal de** $\vec{c}$ **?** No porque tienen distinta dirección y por lo tanto no son múltiplos

d) ¿ son $\vec{b}$ **y** $\vec{f}$ **base?** No, al tener la misma dirección no son Sistema Generador ni L.I.

e) ¿son $\vec{a}$, $\vec{b}$ **y** $\vec{c}$ **LD o LI?** Si. 3 vectores en el plano siempre son LD

f) ¿es $\vec{f}$ combinación lineal de $\vec{b}$? Si f=3b

g) ¿es $\vec{c}$ combinación lineal de $\vec{a}$ y $\vec{b}$? Si ya que a y b tienen distinta dirección y por lo tanto generan cualquier vector del plano, en particular el vector c

h) representa graficamente $2\vec{a}-1/2\vec{b}+3\vec{c}$ (hecho en clase)

3.- Dar si es posible un ejemplo de lo que se pide en cada uno de los siguientes apartados, en caso de no ser posible explica la razón.

a) 2 vectores LD: (1,4) y (2,8) (servirian cualquier par de vectores de la misma dirección, es decir que sean múltiplos)

b) 2 vectores que no sean base (3,2) y (6,4) (para que no sean base tienen que tener la misma dirección)

c**) 2 vectores de la misma dirección y que ninguno sea combinación lineal del otro.** Es imposible ya que si tienen la misma dirección son múltiplos y, en consecuencia, uno es combinación lineal del otro.

d) 2 vectores que sean combinación lineal de $\vec{a}(3,5)$ (Un vector es C.L. de a si es múltiplo de a.) Por ejemplo: b(6,10) y c(9,15)

4. Dados los vectores a(1,4); b(4,x); c(3,-2)

a) Calcula las coordenadas del vector 2a-3c

2a-3c=2(1,4)-3(3,-2)=(2,8)-(9,-6)=(-7,14)

b) Halla x para que el módulo del vector b valga 5

|b|=$\sqrt{4^2+x^2}=5$; $\sqrt{16+x^2}=5$. Despejando, $16+x^2=25$; $x^2=25-16$; $x^2=9$; x=$\sqrt{9}=\pm 3$ Luego hay dos soluciones posibles b(4,3) y b(4,-3)

c**) Halla x para que los vectores a y b tengan la misma dirección**

a(1,4); b(4,x) para que tengan la misma dirección ha de verificarse que $\frac{1}{4}=\frac{4}{x}$. Despejando x=16

5.- Define:

a) producto de un vector por un escalar

Sea k un número real y x un vector, definimos k.x como un nuevo vector que tiene las siguientes características:

Módulo: |k.x|=|k|.|x|

Dirección: La dirección de k.x es la misma que la de x

Sentido: El sentido de k.x es el mismo que el de x si k es un número positivo y el contrario de k.x si k es un número negativo

b) vectores linealmente independientes Sea $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ un conjunto de vectores.Diremos que son linelmente independientes si ninguno se puede escribir como combinación lineal de los demás.

c) $\vec{a}$ **combinación lineal de** $\vec{b}$ **y** $\vec{c}$ Se dice que el vector a es combinación lineal de los vectores b y c si existen dos números reales λ y β tales que a=λ.b+β.c