

EJERCICIOS PROGRAMACIÓN LINEAL

1. Se dispone de 120 refrescos de cola con cafeína y de 180 refrescos de cola sin cafeína. Los refrescos se venden en paquetes de dos tipos. Los paquetes de tipo A contienen tres refrescos con cafeína y tres sin cafeína, y los de tipo B contienen dos con cafeína y cuatro sin cafeína. El vendedor gana 6 euros por cada paquete que venda de tipo A y 5 euros por cada uno que vende de tipo B. Calcular de forma razonada cuántos paquetes de cada tipo debe vender para maximizar el beneficio y calcular éste. **Sol: (20,30); B=270€**
2. Una persona para recuperarse de una cierta enfermedad tiene que tomar en su alimentación dos clases de componentes que llamaremos A y B. Necesita tomar 70 unidades de A y 120 unidades de B. El médico le da dos tipos de dietas en las que la concentración de dichos componentes es:
dieta D₁: 2 unidades de A y 3 unidades de B
dieta D₂: 1 unidad de A y 2 unidades de B.
Sabiendo que el precio de la dieta D₁ es 2,5 € y el de la dieta D₂ es 1,45 € ¿cuál es la distribución óptima para el menor coste? **Sol (20,30)**
3. Se pretende cultivar en un terreno dos tipos de olivos: A y B. No se puede cultivar más de 8 ha con olivos de tipo A, ni más de 10 ha con olivos del tipo B. Cada hectárea de olivos de tipo A necesita 4 m³ de agua anuales y cada una de tipo B, 3 m³. Se dispone anualmente de 44 m³ de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de 500 € y cada una de tipo B 225 €. Se dispone de 4500€ para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de olivar de tipo A y B producen, respectivamente, 500 y 300 litros anuales de aceite:
 - a) Obtener razonadamente las hectáreas de cada tipo de olivo que se deben plantar para maximizar la producción de aceite. **Sol (6, 6'67)**
 - b) Obtener la producción máxima. **Sol: 5001L.**
4. Una empresa fabrica dos modelos de fundas de sofá, A y B, que dejan unos beneficios de 40 y 20 euros respectivamente. Para cada funda del modelo A se precisan 4 horas de trabajo y 3 unidades de tela. Para fabricar una del modelo B se requieren 3 horas de trabajo y 5 unidades de tela. La empresa dispone de 48 horas de trabajo y 60 unidades de tela. Si a lo sumo pueden hacerse 9 fundas del modelo A. ¿Cuántas fundas de cada modelo han de fabricarse para obtener el máximo beneficio y cual sería este? **Sol (9,4)**
5. Disponemos de 21000 euros para invertir en bolsa. Nos recomiendan dos tipos de acciones. Las del tipo A, que rinden el 7% y las del tipo B, que rinden el 9%. Decidimos invertir un máximo de 13000 euros en las del tipo A y como mínimo 6000 en las del tipo B. Además queremos que la inversión en las del tipo B sea menor que el doble de la inversión en A. ¿Cuál tiene que ser la distribución de la inversión para obtener el máximo interés anual? **Sol (7000,14000)**
6. En una pastelería se hacen dos tipos de tartas: Vienesas y Reales. Cada tarta Vienesa necesita un cuarto de relleno y un Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 2'5€, mientras que una tarta Real necesita medio Kg. de relleno y un Kg. de bizcocho y produce 4€ de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tartas de cada tipo. ¿Cuántas tartas Vienesas y cuantas Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio? **Sol (100,50)**

PROGRAMACIÓN LINEAL

7. Una escuela prepara una excursión para 400 alumnos. La empresa de transporte tiene 8 autocares de 40 plazas y 10 autocares de 50 plazas, pero solo dispone de 9 conductores. El alquiler de un autocar grande cuesta 80 euros y el de uno pequeño, 60 euros. Calcular cuantos de cada tipo hay que utilizar para que la excursión resulte lo mas económica posible para la escuela **Sol (5,4)**
8. Una compañía posee dos minas: la mina A produce cada día 1 tonelada de hierro de alta calidad, 3 toneladas de calidad media y 5 de baja calidad. La mina B produce cada día 2 toneladas de cada una de las tres calidades. La compañía necesita al menos 80 toneladas de mineral de alta calidad, 160 toneladas de calidad media y 200 de baja calidad. Sabiendo que el coste diario de la operación es de 2000 euros en cada mina ¿cuántos días debe trabajar cada mina para que el coste sea mínimo?.
9. Se va a organizar una planta de un taller de automóviles donde van a trabajar electricistas y mecánicos. Por necesidades de mercado, es necesario que haya mayor o igual número de mecánicos que de electricistas y que el número de mecánicos no supere al doble que el de electricistas. En total hay disponibles 30 electricistas y 20 mecánicos. El beneficio de la empresa por jornada es de 250 euros por electricista y 200 euros por mecánico. ¿Cuántos trabajadores de cada clase deben elegirse para obtener el máximo beneficio y cual es este?**Sol (20,20)**
10. Para recorrer un determinado trayecto, una compañía aérea desea ofertar, a lo sumo, 5000 plazas de dos tipos: T(turista) y P(primer). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo T es de 30 euros, mientras que la ganancia del tipo P es de 40 euros.El número de plazas tipo T no puede exceder de 4500 y el del tipo P, debe ser, como máximo, la tercera parte de las del tipo T que se oferten. Calcular cuántas tienen que ofertarse de cada clase para que las ganancias sean máximas. **Sol (3750,1250)**
11. Unos grandes almacenes encargan a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 m de tejido de algodón y 1000 m de tejido de poliéster. Cada pantalón precisa 1 m de algodón y 2 m de poliéster. Para cada chaqueta se necesitan 1.5 m de algodón y 1 m de poliéster. El precio del pantalón se fija en 50 €y el de la chaqueta en 40 € ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a los almacenes para que estos consigan una venta máxima? **Sol (375,250)**
12. Una compañía fabrica y venden dos modelos de lámpara L_1 y L_2 . Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el modelo L_1 y de 30 minutos para el L_2 ; y un trabajo de máquina de 20 mn para L_1 y de 10 minutos para L_2 . Se dispone para el trabajo manual de 100 horas al mes y para la máquina 80 horas al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 15 y 10 euros para L_1 y L_2 , respectivamente, planificar la producción para obtener el máximo beneficio. **Sol (50,250)**
13. Una empresa de transportes tiene dos tipos de camiones, con igual cubicaje total, los del tipo A con un espacio refrigerado de 20 m^3 y un espacio no refrigerado de 40 m^3 . Los del tipo B al 50% de refrigerado y no refrigerado. La contratan para el transporte de $3\,000 \text{ m}^3$ de producto que necesita refrigeración y $4\,000 \text{ m}^3$ de otro que no la necesita. El coste por kilómetro de un camión del tipo A es de 30 €y el B de 40 € ¿Cuántos camiones de cada tipo ha de utilizar para que el coste total sea mínimo? **Sol (50, 67)** la solución óptima es imposible por ser decimal.

PROGRAMACIÓN LINEAL

14. En una granja de pollos se da una dieta, para engordar, con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentra dos clases de compuestos: el tipo X con una composición de una unidad de A y 5 de B, y el otro tipo, Y, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de 10 euros y del tipo Y es de 30 €. ¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo? **Sol (3,3)** la solución óptima es imposible por ser decimal
15. Con el comienzo del curso se va a lanzar unas ofertas de material escolar. Unos almacenes quieren ofrecer 600 cuadernos, 500 carpetas y 400 bolígrafos para la oferta, empaquetándolo de dos formas distintas; en el primer bloque pondrá 2 cuadernos, 1 carpeta y 2 bolígrafos; en el segundo, pondrán 3 cuadernos, 1 carpeta y 1 bolígrafo. Los precios de cada paquete serán 6.5 y 7 €, respectivamente. ¿Cuántos paquetes le conviene poner de cada tipo para obtener el máximo beneficio? **Sol (150,100)**
16. Unos grandes almacenes desean liquidar 200 camisas y 100 pantalones de la temporada anterior. Para ello lanzan, dos ofertas, A y B. La oferta A consiste en un lote de una camisa y un pantalón, que se venden a 30 €, la oferta B consiste en un lote de tres camisas y un pantalón, que se vende a 50 €. No se desea ofrecer menos de 20 lotes de la oferta A ni menos de 10 de la B. ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar la ganancia? **Sol (50,50)**
17. Se dispone de 600 g de un determinado fármaco para elaborar pastillas grandes y pequeñas. Las grandes pesan 40 g y las pequeñas 30 g. Se necesitan al menos tres pastillas grandes, y al menos el doble de pequeñas que de las grandes. Cada pastilla grande proporciona un beneficio de 2 € y la pequeña de 1 €. ¿Cuántas pastillas se han de elaborar de cada clase para que el beneficio sea máximo? **Sol (6,12)**

PAAU GALICIA

18. Una empresa de transportes tiene que trasladar bloques de granito desde una cantera. Para ello dispone de un máximo de 8 camiones de tipo A y 12 camiones de tipo B. Cada camión de tipo A necesita un operario y puede transportar 24 toneladas de granito con un gasto de 150 euros, mientras que cada camión de tipo B necesita dos operarios y puede trasladar 12 toneladas de granito con un gasto de 300 euros. Se sabe que necesitan un mínimo de 15 operarios, que se transportarán un mínimo de 108 toneladas de granito y que el número de camiones del tipo A no debe exceder al número de camiones del tipo B.
- a) Formula el sistema de inecuaciones asociado al problema. Representa la región factible y calcula sus vértices. **(Sol: A(0,12); B(0,9); C(8,12); D(8,8); E(5,5); F(1,7))**
- b) Calcula todas las posibilidades que tiene la empresa de distribuir los camiones para minimizar el gasto **Sol: El mínimo se obtiene en los vértices E(5,5) y F(1,7) y, por lo tanto, en todos los puntos del segmento EF que suponga soluciones enteras, lo que solo ocurre en el punto G(3,6)**
19. Una pequeña empresa desea contratar trabajadores de dos categorías laborales: I y II. Pretende que el número total de trabajadores contratados no sea inferior a 9 ni superior a 12 y, además, el número de trabajadores de categoría I no podrá ser inferior al doble de trabajadores de la categoría II. El coste laboral de un

PROGRAMACIÓN LINEAL

- trabajador de la categoría *I* está estimado en 1400 euros al mes y el de uno de la categoría *II* en 1100 euros al mes.
- (a) Formula el sistema de inecuaciones asociado al enunciado. Representa gráficamente la región factible y calcula sus vértices. (Sol: A(6,3); B(8,4); C(12,0); D(9,0))
- b) Calcula el número de trabajadores de cada categoría laboral que la empresa debe contratar para minimizar los costes laborales mensuales. Sol (6,3)
20. Una asesoría laboral tiene en su cartera de clientes tanto a empresas como a particulares. Para el próximo año quiere conseguir como clientes por lo menos a 5 empresas y a un número de particulares que, como mínimo, debe de superar en 4 al doble del número de empresas. Además, el número total de clientes anuales no debe superar los 40 clientes. Espera que cada empresa le produzca 800 euros de ingresos anuales y cada particular 600 euros anuales.
- (a) Expresa las restricciones del problema. Representa gráficamente la región factible y calcula sus vértices. Sol: A(5,35); B(12,28); C(5,14)
- (b) ¿Que solución le proporcionaría los mayores ingresos anuales? ¿A cuanto ascenderían dichos ingresos? Sol (12,28)
21. Una tienda de informática vende, entre otros productos, ordenadores portátiles y impresoras, pudiendo almacenar un máximo de 150 unidades en total. Para atender la demanda de sus clientes debe tener en stock por lo menos 20 portátiles y 50 impresoras. Además, para lograr un precio competitivo, el proveedor le exige que el número de impresoras que compre tiene que ser igual o superior en 20 unidades al número de portátiles.
- (a) Formula el sistema de inecuaciones asociado al problema. Representa la región factible e calcula sus vértices. Sol: A(20,50); B(20,130); C(30,50); D(65,85)
- (b) Si en la venta de cada portátil obtiene un beneficio de 80 € y en la de cada impresora de 20 €, ¿cuántas unidades de cada tipo debe vender para obtener el máximo beneficio? ¿A cuanto asciende dicho beneficio máximo? Sol (65,85); B=6900€
22. El dueño de una tienda de fotografía desea comercializar dos tipos de cámaras de fotos A y B con un precio de venta al público de 210 y 300 euros la unidad, respectivamente. Para la compra de ambos tipos se dispone de un máximo de 2760 euros; se hará el pedido a un almacén que le cobra 120 euros por cada cámara de tipo A y 180 euros por cada cámara de tipo B. El dueño hace el pedido con la condición de que: por lo menos 3 cámaras sean del tipo A, entre 4 y 12 sean del B y el número de cámaras del tipo A no debe superar en más de tres unidades al número de cámaras del tipo B.
- (a) Formula el sistema de inecuaciones asociado al problema. Representa la región factible, calcula sus vértices. Sol: A(3,12); B(3,4); C(7,4); D(11,8); E(5,12)
- (b) ¿Cuántas cámaras de cada tipo deberá adquirir para que los beneficios obtenidos sean máximos? Sol (11,8)
23. Consideramos el siguiente sistema de inecuaciones $x \geq 1$; $y \geq x$; $x+y \leq 10$; $3y-2x \leq 10$.
- a) Representa gráficamente la región factible y sus vértices. Sol: A(1,1); B(1,4); C(5,5); D(4,6)
- b) ¿En qué punto o puntos de esa región alcanza los valores máximo y mínimo la función $f(x,y)=2x-2y+7$ Sol: mínimo en (1,4); máximo en todos los puntos del segmento AC
24. Considérese la siguiente función lineal: $f(x,y)=x+2y$ sujeta a las restricciones: $x+y \leq 9$; $y-x \leq 5$; $2y \geq 4-x$; $0 \leq x \leq 6$; $y \geq 0$.

PROGRAMACIÓN LINEAL

- a) Representa la región R del plano determinada por el conjunto de restricciones y calcula sus vértices. **Sol: A(4,0); B(0,2); C(2,7); D(6,3); E(6,0); F(0,5)**
- b) Calcula los puntos de R donde la función alcanza sus valores máximo y mínimo. Calcula esos valores. **Sol: Máximo (2,7) , mínimo en los vértices A(4,0) y B(0,2) y en los infinitos puntos del segmento AB**
- c) Responde al apartado anterior si se elimina la restricción $y \geq 0$ del conjunto anterior de restricciones. **Sol: Máximo (2,7) , mínimo en los vértices G(6,-1) y B(0,2) y en los infinitos puntos del segmento GB**
25. Sea R la región del plano determinada por el sistema de inecuaciones:
 $2x + 3y \leq 12; -2 \leq 2x - y \leq 4; y \geq 0$.
- (a) Representa la región R y calcula sus vértices. Justifica si el punto $P(-1/2, 1/2)$ pertenece o no a la región R.
- (b) Calcula el punto o puntos de R donde la función $f(x,y) = -2x + 5y$ alcanza sus valores máximo y mínimo