**1.- Calcula:**





**2.- Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de *x*  0:**



**3.- Halla el límite siguiente y representa la información obtenida:**



**4.-** 

**y representa la información que obtengas:**



**5.- Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:**





**6.- Calcula**

****









**7.- Estudia la continuidad de la función **

**8.- Estudia la continuidad de la función a trozos:**



**9.- Estudia la continuidad de la función a trozos:**



**10.- Calcula *a* para que la función *f**x* sea continua en *x*  1:**



**11.- Dada la función:**

****

**halla sus asíntotas verticales y sitúa la curva respecto a ellas.**

**12.-****los resultados obtenidos:**



**13.- Dada la función:**



**obtenidos.**

**14.-** 

**representa los resultados que obtengas:**



**15.- Estudia la continuidad de la función:**

****

**16.- Halla el valor del siguiente límite:**



**17.- Estudia la continuidad de la siguiente función. En los puntos en los que no sea continua, indica el tipo de discontinuidad que presenta:**



**18.- Halla los valores de *a* y *b* para que la siguiente función sea continua:**



**19.- Halla los límites siguientes:**







**20.- Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:**



**21.-** 

 **y representa los resultados que obtengas:**



**22.- Estudia la continuidad de la función:**



**23.-** 



**Representa gráficamente los resultados obtenidos.**

**24.- Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando *x*   y cuando *x*  :**



**25.- Halla la asíntota horizontal de cada una de las funciones siguientes:**

**a *y*  1  3*x* b *y*  3*x*  1 c *y*  0,7*x*  2 d *y*  0,5*x*  1**

**26.-**











**27.-**

****

****

****

****

**28.- Dada la función: **

**A) Demuestra que f(x) no es continua en x = 5.**

**B ) ¿Existe una función continua que coincida con f(x) para todos los valores x ≠ 5? En caso afirmativo, da su expresión.**

*Ejemplos límites en gráfica:*

*Ejemplo 1.-*

Observa sobre el gráfico de esta función como se cumple que:





Fíjate ahora en este otro ejemplo:



La función que tiene esta gráfica cumple que:





*Ejemplo 2.-*

En esta gráfica de la función  vemos que se verifica:





*Ejemplo 3.-*

En esta gráfica de la función  vemos que se verifica:

, 

Si  y  entonces:

*Ejemplo 4.-*

  

*Ejemplo 5.-*

 Observa sobre la gráfica de la función que se cumple:

 



*Ejemplo 6.-*

En la gráfica de  puedes ver que se cumple:

 

*Ejemplo 7.-*



****$\lim\_{x\to +\infty }f\left(x\right)=0$



(por ser la base menor que 1)

SOLUCIONES:

**1.- Calcula:**









**2.- Calcula el siguiente límite y estudia el comportamiento de la función por la izquierda y por la derecha de *x*  0:**



 

Calculamos los límites laterales:





**3.- Halla el límite siguiente y representa la información obtenida:**





 

**4.-** 

**y representa la información que obtengas:**





 

**5.- Calcula los siguientes límites y representa las ramas que obtengas:**













**6.- Calcula **

*Como es un límite a un número finito, debemos calcular los límites laterales.*

*Es una indeterminación. Para deshacer la indeterminación, nos damos cuenta de que la expresión se puede simplificar:*

**

*Es una indeterminación. La resolvemos de la misma forma*

 **

Vemos que en este ejemplo, los límites laterales coinciden y son iguales, por lo que se puede asegurar que .

Sin embargo, si representamos la función  lo primero que vemos es que en el punto  la función no está definida, es decir, el punto en cuestión no está siquiera en el dominio.





 indeterminación 

=



Hallamos los límites laterales:



**7.- Estudia la continuidad de la función **

*Las Asíntotas verticales de la función  son: *



  

  

La función es continua en todo R salvo en x=0 y x=2, donde tiene discontinuidades asintóticas.

**8.- Estudia la continuidad de la función a trozos:**





Estudiando límites laterales llegamos a la conclusión de que es continua en todo su dominio (todo R), como puedes ver en la gráfica que acompaña, que sólo se haría si te lo solicitan.

**9.- Estudia la continuidad de la función a trozos:**





Estudiando límites laterales para el caso de x=1 llegaríamos a la conclusión de que es continua ahí, y por tanto en todo su dominio, que en este caso no es todo R (como puedes ver en la gráfica que acompaña, que sólo se haría si te lo solicitan)

**Continua pues en [-3, +∞)**

El “conflicto” que tiene la segunda función (2/x) en x=0 no afecta porque esa función sólo se activa para x≥1

**10.- Calcula *a* para que la función *f**x* sea continua en *x*  1:**



Se trata de forzar la continuidad en x= -1:





**11.- Dada la función:**



**halla sus asíntotas verticales y sitúa la curva respecto a ellas.**



 Solo tiene una asíntota vertical: *x*  1

 Posición de la curva respecto a la asíntota:

 

 

 

**12.-****los resultados obtenidos:**







**13.- Dada la función:**



**obtenidos.**







**14.-** 

**representa los resultados que obtengas:**







Con calculadora podemos comprobar que:



asíntota *y*  2.



asíntota *y*  2.

**15.- Estudia la continuidad de la función:**

****

****

semirrecta *x* < 1. Luego *f* *x* es discontinua en *x*  2, donde hay una discontinuidad asintótica (se estudiarían derecha e izquierda para precisar signos de infinito)

En los otros dos tramos, hay una función cuadrática y una función constante, ambas continuas en todo R.

Estudiamos la continuidad de los puntos de ruptura:

• *x*  1:





• *x*  2:



La función *f* *x* es continua en *x*  2.

Luego *f**x* es continua en todo R excepto en *x*  2 (discontinuidad asintótica) y *x*  1 (salto finito).

**16.- Halla el valor del siguiente límite:**





Hallamos los límites laterales:



**17.- Estudia la continuidad de la siguiente función. En los puntos en los que no sea continua, indica el tipo de discontinuidad que presenta:**





 Dominio    {5, 2}

*f* (*x*) es continua en   {5, 2}.

 Veamos el tipo de discontinuidad que presenta en *x*  5 y en *x*  2:





Discontinuidad de salto infinito (asintótica) en *x*  5.



Discontinuidad evitable en *x*  2.

**18.- Halla los valores de *a* y *b* para que la siguiente función sea continua:**



 Dominio  R

 Si *x*  1 y *x*  2  *f* (*x*) es continua, pues está formada por funciones continuas.

 En *x*  1:



Para que *f* (*x*) sea continua en *x*  1, ha de ser:

3  *a*  2  *b*  *a*  2*a*  *b*  1

 En *x*  2:



Para que *f* (*x*) sea continua en *x*  2, ha de ser:

8  2*b*  *a*  7  *a*  2*b*  1

 Uniendo las dos condiciones anteriores, tenemos que:



**19.- Halla los límites siguientes:**













**20.- Calcula el siguiente límite e interprétalo gráficamente:**



 

 

**21.-** 

 **y representa los resultados que obtengas:**







**22.- Estudia la continuidad de la función:**



Si *x*  4, la función es continua porque lo son ambas funciones.

Si *x*  4:



**23.-** 



**Representa gráficamente los resultados obtenidos.**







**24.- Estudia y representa el comportamiento de la siguiente función cuando *x*   y cuando *x*  :**







**25.- Halla la asíntota horizontal de cada una de las funciones siguientes:**

**a *y*  1  3*x* b *y*  3*x*  1 c *y*  0,7*x*  2 d *y*  0,5*x*  1**

****

****

****

****

****

****

****

**26.-**



*Resolución:*





*Resolución:*



Esta indeterminación se resuelve simplificando el cociente. Aplicando la regla de Ruffini, se obtiene la descomposición de los polinomios *P*(*x*) = *x*3 - 2*x*2 - 6*x* +12 y

*Q*(*x*) = *x*2 + 3*x* -10.

 Descomposición factorial de *P*(*x*):

**** ****

 Descomposición factorial de *Q*(*x*):

**** ****

 El límite del cociente *P*(*x*)/*Q*(*x*) es:

******



*Resolución:*



 Se simplifican numerador y denominador:





*Resolución:*



 Para resolver la indeterminación se estudian los límites laterales de la función en el punto *x*0 = 3.









*Resolución:*



 Se estudian los límites laterales:





**27.-**



*Resolución:*

En este caso, el grado del numerador, 2, es mayor que el grado del denominador, 1, por tanto el límite es .

******



    *Resolución:* El grado del numerador es mayor que el grado del denominador, y los términos de mayor grado tienen signos distintos, por tanto:





*Resolución:* El grado del numerador es igual que el grado del denominador, por tanto:





*Resolución:* El grado del numerador es menor que el grado del denominador, por tanto:



**28.- Dada la función: **

**1 Demuestra que f(x) no es continua en x = 5.**

**2 ¿Existe una función continua que coincida con f(x) para todos los valores x ≠ 5? En caso afirmativo, da su expresión**.

Demuestra que f(x) no es continua en x = 5.

**f(5) = 0**.



Resolvemos la indeterminación:



**f(x) no es continua en x = 5** porque:



2 ¿Existe una función continua que coincida con f(x) para todos los valores x ≠ 5? En caso afirmativo dar su expresión.

Si  la función sería continua, luego la función redefinida es:

, dicha función ya es continua en 5 y por tanto en todo R. Dicha función es precisamente f(x) = x + 5