Problemas de estadística. Preparación examen final

1. Sean A y B dos sucesos, de un experimento aleatorio, de los que se sabe que: P(A) = 5/ 8 , P(AUB) = 7 /8 , P(A ∩ B) = 1/ 4 Halla las probabilidades de los sucesos A’, B y A ∩ B’
2. En un grupo de personas hay doble cantidad de mujeres que de hombres. La mitad de las mujeres y la mitad de los hombres hablan ruso. Halla la probabilidad, P, de que una persona, elegida al azar, sea mujer o hable ruso.
3. En una caja hay chinchetas iguales; de ella se extrae una chincheta al azar. El 55 % de las chinchetas tiene la cabeza blanca; el 25 % tiene la punta blanca; el 10 % tiene blancas la cabeza y la punta. Halla la probabilidad de que la chincheta extraída no tenga blanca ni la cabeza ni la punta.
4. En un colectivo de 330 personas: 200 hablan inglés, 90 hablan francés y 70 no hablan ni inglés ni francés. Sabiendo que una persona del colectivo habla francés, halla la probabilidad de que también hable inglés.
5. En una reunión hay 300 hombres y 200 mujeres. El 40 % de los hombres son rubios y el 28 % de las mujeres son rubias. Se elige una persona de la reunión, al azar, y resulta ser rubia. Halla la probabilidad de que dicha persona sea mujer.
6. Un equipo de fútbol gana (G), pierde (P) y empata (E) con probabilidades: 0'5, 0'4 y 0'1, respectivamente. Dicho equipo juega tres partidos de un cierto campeonato; por cada partido ganado obtiene 2 puntos, si empata se le da 1 punto y si pierde no obtiene puntos. Halla la probabilidad de que obtenga 4 puntos por los tres partidos (se supone que el resultado de un partido no influye en los otros resultados).
7. Considera los sucesos A = «una familia tiene hijos de ambos sexos» y B = «una familia no tiene más de un hijo varón» (aquí nada se dice de las hijas que pueda tener). Analiza si los sucesos A y B son o no independientes en los dos casos siguientes: (a) La familia tiene dos hijos. (b) La familia tiene tres hijos.
8. Un examen de química consta de una primera parte práctica y de una segunda parte teórica; hay que superar ambas partes para aprobar la asignatura. La prueba práctica la suspendió el 22% de los alumnos; de los que la aprobaron, el 15 % suspendió la prueba teórica. Halla la probabilidad de que un alumno apruebe la asignatura.
9. Una urna tiene 25 bolas iguales, que son: 16 negras y 9 rojas. Una segunda urna tiene 30 bolas iguales, que son: 18 blancas y 12 azules. Se lanza un dado; si sale un 1 o un 2, entonces se sacan 2 bolas de la primera urna; si se obtiene 3, 4, 5 o 6, entonces se sacan 2 bolas de la segunda urna. Halla las probabilidades de los sucesos: A = se saca alguna bola negra; B = se saca alguna bola blanca
10. En una ciudad hay dos examinadores para la obtención del carné de conducir; el primero examina los lunes, miércoles y viernes; y el segundo los martes y jueves. El primero aprueba a 4 de cada 7 examinados; el segundo aprueba a 5 de cada 9 examinados. Si es igualmente probable examinarse en uno u otro día de la semana, halla la probabilidad de aprobar el examen.
11. Un banco tiene tres sistemas de alarma independientes, cada uno de los cuales tiene una probabilidad de 0'9 de funcionar en caso necesario. Si se produce un robo, calcular razonadamente: (a) La probabilidad de que las tres alarmas se activen; (b) La probabilidad de que ninguna alarma se active; (c) La probabilidad de que al menos una alarma se active.
12. El año pasado el 60 % de los veraneantes de una cierta localidad eran menores de 30 años y el resto mayores. Un 25 % de los menores de 30 años y un 35 % de los mayores eran nativos de esa localidad. Se pide: (a) La probabilidad de que un veraneante elegido al azar sea nativo de esa localidad. (b) Se elige un veraneante al azar y se observa que es nativo de la localidad, ¿cuál es la probabilidad de que tenga más de 30 años?
13. En una tienda de electrodomésticos se venden dos marcas, A y B. Se ha comprobado que un tercio de los clientes elige un electrodoméstico de la marca B y el resto uno de la A. Además, la probabilidad de que un electrodoméstico de la marca A sea defectuoso es 0'05 y la probabilidad de que uno de la marca B no lo sea es 0'9. Calcular razonadamente: (a) la probabilidad de que un cliente compre un electrodoméstico en dicha tienda y le salga

defectuoso. (b) la probabilidad de que el electrodoméstico comprado sea de la marca B, sabiendo que no es defectuoso.

14. El 10% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población: a) ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad? b) Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?
15. Un estudiante realiza dos exámenes en un mismo día. La probabilidad de que apruebe el primero es 0,6. La probabilidad de que apruebe el segundo es 0,8; y la de que apruebe los dos es 0,5. Calcula: a) La probabilidad de que apruebe al menos uno de los dos exámenes. b) La probabilidad de que no apruebe ninguno. c) La probabilidad de que apruebe el segundo examen en caso de haber aprobado el primero.
16. En la sala de pediatría de un hospital, el 60% de los pacientes son niñas. De los niños el 35% son menores de 24 meses. El 20% de las niñas tienen menos de 24 meses. Un pediatra que ingresa a la sala selecciona un paciente al azar. a) Determinar el valor de la probabilidad de que sea menor de 24 meses. b) Si el paciente resulta ser menor de 24 meses. Determinar la probabilidad que sea una niña.
17. Un médico cirujano se especializa en cirugías estéticas. Entre sus pacientes, el 20% se realizan correcciones faciales, un 35% implantes mamarios y el restante otras cirugías correctivas. Se sabe además, que son de género masculino el 25% de los que se realizan correcciones faciales, 15% implantes mamarios y 40% de otras cirugías correctivas. Si se selecciona un paciente al azar, determinar: a) la probabilidad de que sea de género masculino. b) Si resulta que es de género masculino, hallar la probabilidad de que se haya realizado una cirugía de implantes mamarios.
18. Un Doctor dispone de tres equipos electrónicos para realizar ecosonogramas. El uso que le da a cada equipo es de 25% al primero, 35% el segundo en y 40% el tercero. Se sabe que los aparatos tienen probabilidades de error de 1%, 2% y 3% respectivamente. Un paciente busca el resultado de una ecografía y observa que tiene un error. Determinar la probabilidad de que se ha usado el primer aparato.
19. El 75 % de los alumnos acude a clase en algún tipo de transporte y el resto andando. Llega puntual a clase el 60 % de los que utilizan el transporte y el 90 % de los que acude andando. Calcular de forma razonada: a) si se elige al azar uno de los alumnos que ha llegado puntual a clase, la probabilidad de que haya acudido andando, y b) si se elige un alumno al azar, la probabilidad de que no haya llegado puntual.
20. Un ordenador personal tiene cargados dos programas antivirus A1 y A2 que actúan simultánea e independientemente. Ante la presencia de un virus, el programa A1 lo detecta con una probabilidad de 0,9 y el programa A2 lo detecta con una probabilidad de 0,8. Calcular de forma razonada: a) La probabilidad de que un virus cualquiera sea detectado. b) La probabilidad de que un virus sea detectado por el programa A1 y no por A2.
21. Sean A y B dos sucesos con $P(A) = 0,5$; $P(B)=0,3$ y $P(A\cap B)=0,1$. Calcular las probabilidades siguientes: $P(A \cup B)$, $P(A|B)$, $P(A|\ A\cap B)$ y $P(A|\ A\cup B)$.
22. Tenemos dos bolsas de caramelos, la primera contiene 15 caramelos de naranja y 10 de limón y la segunda 20 de naranja y 25 de limón. Elegimos una de las bolsas al azar y extraemos un caramelo. Calcular: a) La probabilidad de que el caramelo sea de naranja. b) Si el caramelo elegido es de limón, ¿cuál es la probabilidad de que lo hayamos extraído de la segunda bolsa?
23. En un grupo de 2º de bachillerato el 15% estudia Matemáticas, el 30% estudia Economía y el 10% ambas materias. Se pide: a) ¿Son independientes los sucesos Estudiar Matemáticas y Estudiar Economía? b) Si se escoge un estudiante del grupo al azar, calcular la probabilidad de que no estudie ni Matemáticas ni Economía.
24. El volumen de producción diario en tres fábricas diferentes de una misma empresa es de 1000 unidades en la primera fábrica, 1500 unidades en la segunda y 2500 en la tercera. Por ciertos desajustes, algunas unidades salen defectuosas. En concreto, lo son el 1% de las unidades producidas en las dos primeras fábricas y el 3% de las producidas en la tercera. a) ¿Qué

proporción de unidades fabricadas son correctas? b) Si se tiene una unidad defectuosa, ¿Cuál es la probabilidad de que haya sido fabricada en la tercera fábrica?

25. Un estudio revela que el 10% de los oyentes de radio sintoniza a diario las cadenas Music y Rhythm, que un 35% sintoniza a diario Music y que el 55% de los oyentes no escucha ninguna de las dos emisoras. Obtén: a) La probabilidad de que un oyente elegido al azar sintonice la cadena Rhythm. b) La probabilidad de que un oyente elegido al azar sintonice la cadena Rhythm pero no la Music. c) La probabilidad de que un oyente, del que sabemos que escucha Rhythm, escuche Music.
26. Dados dos sucesos aleatorios independientes se sabe que la probabilidad de que ocurran los dos simultáneamente es 3/25 y la de que ocurra al menos uno de los dos es 17/25. Calcula la probabilidad de cada uno de los dos sucesos
27. Se sabe que $p(A) = 0,4$, $p(B) = 0,6$ y $p(A \cup B) = 0,7$. a) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué? b) Calcula $p(A \cap B')$ c) Calcula $p(A' \cap B')$.
28. Un examen consta de 6 preguntas con 4 posibles respuestas cada una, de las que sólo una de ellas es correcta. Un estudiante que no se había preparado la materia responde completamente al azar marcando una respuesta aleatoriamente. Calcula la probabilidad de que acierte 4 o más preguntas.
29. La probabilidad de que un cazador novato cobre una pieza es 0,4. Si lo intenta 5 veces, calcula la probabilidad de que cobre una pieza al menos 3 veces.
30. Un examen de tipo test consta de 100 preguntas, cada una de las cuales se acompaña de cuatro respuestas, una de ellas correcta y erróneas las otras tres. Si un estudiante contesta al azar, a) ¿cuál es la probabilidad de que acierte más de 30 preguntas? B)¿Y menos de 15?, c) Si sabemos que ha acertado más de 30 preguntas ¿cuál es la probabilidad de que haya acertado menos de 35?
31. La talla de los recién nacidos se distribuye normalmente, pero mientras que en la Comunidad Autónoma A la media es de 52 cm y la desviación típica es de 3 cm, en la B la media es de 53 cm y la desviación típica de 5 cm. a) Hallar, en el primero de los casos, entre qué valores simétricos respecto a la media está el 50 % (central) de las tallas de los recién nacidos. b) Determinar en cuál de las dos comunidades es mayor la proporción de recién nacidos con talla superior a 50 cm.
32. En un test que mide ciertas habilidades específicas, las puntuaciones se distribuyen normalmente, con media 100 y desviación típica 25. El 20 % de las puntuaciones más altas corresponde al grupo de los superdotados, y el 20 % de las puntuaciones más bajas al de los infradotados. Calcular las puntuaciones que delimitan los distintos grupos.
33. En un país en el que la estatura de sus habitantes sigue una distribución normal de media 1,75 m, los individuos que miden más de 1,90 representan el 6,68 % del total. ¿Cuál es la desviación típica? ¿Cuál es la proporción de individuos con estatura superior a 1,60 m?
34. En las empresas multinacionales A y B, que tiene 50000 y 60000 empleados, respectivamente, el sueldo mensual de dichos empleados se ajusta a una distribución normal, con media de 1800 euros y desviación típica de 650 euros, en el caso de A; y con una media de 2000 euros y desviación típica de 500 euros, en el caso B. ¿Cuál de las dos empresas tiene más empleados con sueldo superior a 3000 euros?
35. El coeficiente de inteligencia de un grupo de 500 alumnos es una variable aleatoria que se distribuye como una normal de media 100 y desviación típica 16. Determina el número esperado de alumnos que tienen un coeficiente entre 118 y 122.
36. Un estudio de un fabricante de televisores indica que la duración media de un televisor es de 10 años, con una desviación típica de 0,7 años. Suponiendo que la duración de

los televisores sigue una distribución normal. a) Calcula la probabilidad de que un televisor dure más de 9 años. b) Calcula la probabilidad de que dure entre 9 y 11 años.

37. Se sabe que dos de cada ocho habitantes de una ciudad utiliza el transporte público para ir a su trabajo. Se hace una encuesta a 140 de esos ciudadanos. Determinar:

    a) Número esperado de ciudadanos que no van a su trabajo en transporte público.

    b) Probabilidad de que el número de ciudadanos que van al trabajo en transporte público esté entre 30 y 45.

38. En un centro comercial el 35 % de los clientes paga con tarjeta.

    a) Si en una caja han pagado 120 clientes, ¿cuántos de ellos se espera que lo hayan hecho con tarjeta?

    b) Si en una caja han pagado 200 clientes, ¿cuál es la probabilidad de que lo hayan hecho con tarjeta entre 60 y 85 de ellos?

    c) Si en una caja han pagado 400 clientes, ¿cuál es la probabilidazd de que al menos 260 no lo hayan hecho con tarjeta?

39. El 25 % de las viviendas de una región tiene conexión a internet. Se eligen 80 viviendas y se pide :

    a) La probabilidad de que al menos 20 de ellas estén conectadas a internet.

    b) El número esperado de viviendas no conectadas a internet.

    c) La probabilidad de que el número de viviendas con internet esté entre 10 y 30.

40. En un estudio realizado en un centro de salud se ha observado que el 30% de los pacientes son fumadores y de éstos, el 60% son hombres. Entre los pacientes que no son fumadores, el 70% son mujeres. Elegido un paciente al azar,

    a) Calcula la probabilidad de que el paciente sea mujer.

    b) Si el paciente elegido es hombre, ¿cuál es la probabilidad de que sea fumador?

41. El total de ventas diarias de un pequeño restaurante es una variable que sigue una distribución normal de media 1 220 € al día y desviación típica 120 € al día.

    a) Calcula la probabilidad de que en un día elegido al azar las ventas excedan de 1 400 €.

    b) Si el restaurante debe vender al menos 980 € al día para cubrir gastos, ¿cuál es la probabilidad de que un día elegido al azar, el restaurante no cubra gastos?

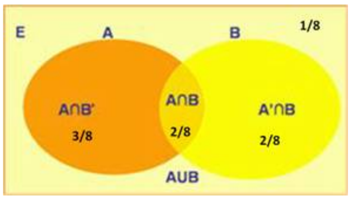
42. a)En un experimento aleatorio, sean A y B dos sucesos con ; P($\bar{A}$)=0’4; P(B)_0’7. Si A y B son independientes, calcula P(AUB) y P(A-B) . (Nota: $\bar{A}$ suceso contrario o complementario de A).

43. Sean A y B dos sucesos con P(A)=0’7, p(B)=0’6 y P(AUB)=0’9 ¿Son A y B sucesos independientes? Justifica la respuesta. Calcula P(A-B) y P(A/$\bar{B}$)

Problemas de estadística. Preparación examen final

SOLUCIONES

1.



P(A)=5/8; P(A')=1-P(A)=3/8
P(B)=P(AUB)-P(A)+P(A∩B)=4/8
P(A∩B')=P(A)_P(A∩B)=3/8

2.

	R	R'	Total
M	1/3	1/3	2/3
H	1/6	1/6	1/3
Total	1/2	1/2	1

Consideremos los sucesos M="ser mujer", H="ser hombre"; R=" hablar ruso"
P(H)+P(M)=P(H)+2P(H)=1; P(H)=1/3; P(M)=2/3
P(R/M)=1/2→P(R∩M)=1/2.2/3=2/6=1/3
P(R/H)=1/2→P(R∩H)=1/2.1/3=1/6
P(MUR)=P(M)+P(R)-P(M∩R)=2/3+1/2-1/3=5/6

3.

	CB	CB'	Total
PB	0'1	0'15	0'25
PB'	0'45	0'3	0'75
Total	0'55	0'45	1

Consideremos los sucesos PB=" tener la punta blanca" PC="tener la cabeza blanca. Haciendo la tabla de contingencia llegamos a que la probabilidad pedida: P(PB'∩CB')=0'3. Podríamos haber utilizado también las leyes de Morgan P(PB'∩CB')=P(PBUCB)'=1-P(PBUCB)=
1-[P(PB)+P(CB)-P(PB∩CB)]=1-[0'25+0'55-0'1]=1-0'7=0'3

4.

	F	F'	Total
I	30	170	200
I'	60	70	130
Total	90	240	330

Consideremos los sucesos I="hablar inglés", F="hablar francés"
Hacemos la tabla de contingencia
P(I/F)=$\frac{P(I\cap F)}{P(F)} = \frac{30/330}{90/330} = 1/3$

5. Vamos a hacerlo directamente utilizando las fórmulas de la probabilidad condicionada
Consideremos los sucesos H="ser hombre"; M=" ser mujer", R="ser rubio"
P(H)=300/500=0'6; P(M)=0'4; P(R/H)=0'4; P(R/M)=0'28. Nos preguntan P(M/R)
P(R/H)=$\frac{P(R\cap H)}{P(H)} \to P(R\cap H) = 0'4.0'6 = 0'24$;
P(R/M)=$\frac{P(R\cap M)}{P(M)} \to P(R\cap M) = 0'28.0'4 = 0'112$; P(R)=P(R∩H)+P(R∩M)=0'24+0'112=0'352;
P(M/R)=$\frac{P(M\cap R}{P(R)} = \frac{0'112}{0'352} = 0'3\widehat{18}$. También podríamos haber hecho una tabla de contingencia, teniendo en cuenta que no nos dan las probabilidades de las intersecciones sino las condicionadas y, por tanto, para poner los datos en la tabla tenemos que hallar antes las intersecciones. Después procederíamos de igual forma para hallar P(M/R)

	R	R'	Total
H	0'4.0'6		0'6
M	0'28.0'6		0'4
Total			1

	R	R'	Total
H	0'24	0'36	0'6
M	0'112	0'288	0'4
Total	0'352	0'648	1

6. Al no influir un resultado en el de otros partidos la probabilidad de la intersección será el producto de las probabilidades de cada uno. Por tanto:
P(obtener 4 puntos)=P(G,P,E)+P(G,E,P)+P(P,G,E)+P(P,E,G)+P(E,G,P)+P(E,P,G)=
=6.0'5.0'4.0'1=0'12

7. Sean los sucesos V=" tener un hijo varon"; M=" tener un hijo mujer"; P(V)=P(M)=1/2 . Suponemos que tener un hijo/a no influye en el sexo del siguiente por lo que la probabilidad de la intersección será el producto de las probabbilidades

a) P(A)=P(V,M)+P(M,V)=2.$\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$; P(B)=P(M,M)+P(M,V)+P(V,M)=3. $\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$
P(A∩B)=P(A)=$\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}.\frac{3}{4}$ Luego los sucesos son dependientes

b) P(A)=P(V,V,M)+P(V,M,V)+P(M,V,V)+P(M,M,V)+P(M,V,M)+P(V,M,M)=6.$\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$
P(B)=P(M,M,M)+P(M,M,V)+P(M,V,M)+P(V,M,M)= 4.$\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
P(A∩B)= P(M,M,V)+P(M,V,M)+P(V,M,M)= 3.$\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$; P(A).P(B)=$\frac{3}{4}.\frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ entonces
P(A∩B)=P(A).P(B) los sucesos son independientes

Problemas de estadística. Preparación examen final

8. Sea P=" superar la parte práctica" y T=" superar la parte teórica" ; P(P')=0'22 luego P(P)=0'78
P(T'/P)=$\frac{P(T'\cap P)}{P(P)}$ =→ P(T'∩P)=0'15.0'78=0'117; P(P)=P(P∩T)+P(P∩T')→P(P∩T)=P(P)-P(P∩T')=0'78-0'117=0'663

9. Llamaremos N="sacar una bola negra"; R=" sacar una bola roja" Az=" sacar una bola azul"; S="sacar un 1 o un 2 al tirar el dado"; P(S)=2/6=1/3; S'= " sacar un 3,4,5 o 6 al tirar el dado" P(S')=4/6=2/3
P(A)=P(S∩A)=P(S∩N∩R)+P(S∩R∩N)+P(S∩N∩N)=P(S).P(N/S).P(R/S∩N)+P(S).P(R/S).P(N/(S∩R)+
+P(S).P(N/S).P(N/S∩N)= $\frac{1}{3}.\frac{16}{25}.\frac{9}{24}+\frac{1}{3}.\frac{9}{25}.\frac{16}{24}+\frac{1}{3}.\frac{16}{25}.\frac{15}{24}$=0'2933
P(B)=P(S'∩B)=P(S'∩Bl∩Az)+P(S'∩Az∩Bl)+P(S'∩Bl∩Bl)=P(S').P(BL∩S').P(Az/S'∩BL)+
+P(S').P(Az/S').P(BL/S'∩Az)+P(S').P(Bl/S').P(Bl/S'∩BL)=$\frac{2}{3}.\frac{18}{30}.\frac{12}{29}+\frac{2}{3}.\frac{12}{30}.\frac{18}{29}+\frac{2}{3}.\frac{18}{30}.\frac{17}{29}$=0'5655

10. Sean los sucesos A=" aprobar"; E_1="Que te examine el primer examinador"; E_2="Que te examine el segundo examinador" $P(E_1)$=3/5, $P(E_2)$=2/5. Además nos dicen que $P(A/E_1)$=4/7 y $P(A/E_2)$=5/9
$P(A\cap E_1)=P(A/E_1).P(E_1)=\frac{4}{7}.\frac{3}{5}=\frac{12}{35}$; $P(A\cap E_2)=P(A/E_2).P(E_2)=\frac{5}{9}.\frac{2}{5}=\frac{10}{45}$
$P(A)= P(A\cap E_1)+ P(A\cap E_2)=\frac{12}{35}+\frac{10}{45}=0'5650$

11. Consideremos los sucesos A_1 , A_2 y A_3 consistentes en que se activen la primera, segunda y tercera alarmas respectivamente. Dado que las alarmas son independientes la probabilidad de la intersección será el producto de las probabilidades. Entonces:
a) $P(A_1\cap A_2\cap A_3)$=0'9.0'9.0'9=0'729
b)) $P(A'_1\cap A'_2\cap A'_3)$=0'1.0'1.0'1=0'001
c) P(alguna se active)=1- P(no se active ninguna)=1-0'1.0'1.0'1=0'999

12.Sean los sucesos: m="ser menor de 30 años"; M="ser mayor de 30 años"; N="ser nativo de esa localidad". Nos dan las siguientes probabilidades: P(m)=0'6 por lo que P(M)=0'4; P(N/m)=0'25, P(N/M)=0'35. De ello deducimos
P(N∩m)=P(N/m).P(m)=0'25.0'6=0'15; P(N∩M)=P(N/M).P(M)=0'35.0'4=0'14. Ahora hacemos la tabla de contingencia

	m	M	Total
N	0'15	0'14	0'29
N'	0'45	0'26	0'71
Total	0'6	0'4	1

a)P(N)=0'29
b)P(M/N)=$\frac{P(M\cap N)}{P(N)}=\frac{0'14}{0'29}=0'4827$

13. Sea D="ser defectuoso el electrodoméstico" . Nos dan las siguientes probabilidades: P(A)=1/3; P(B)=2/3; P(D/A)=0'05; p(D'/B)=0'9. A partir de ahí podemos obtener
P(D∩A)=P(D/A).P(A)=0'05.2/3=1/30; P(D'∩B)=P(D'/B).P(B)=0'9.1/3=3/10. Hacemos la tabla de contingencia

	D	D'	Total
A	1/30	9/30	10/30
B	11/30	9/30	20/30
Total	12/30	18/30	1

a) P(D)=12/30=0'4
b)P(B/D')=$\frac{P(B\cap D')}{P(D')}=\frac{9/30}{18/30}=\frac{9}{18}=0'5$

14. Dados los sucesos E=" padecer la enfermedad" ; P=" Dar positivo en la prueba". Conocemos las siguientes probabilidades: P(E)=0'1, por lo que P(E')=0'9; P(P/E)=0'97 y P(P'/E')=0'98. De aquí deducimos:
P(P∩E)=P(P/E).P(E)=0'97.0'1=0'097 ; P(P'∩E')=P(P'/E').P(E')=0'98.0'9=0'882. Hacemos la tabla de contingencia

	E	E'	Total
P	0'097	0'018	0'115
P'	0'003	0'882	0'885
Total	0'1	0'9	1

a) P(P∩E)=0'097
b)P(E/P)=$\frac{(E\cap P)}{P(P)}=\frac{0'097}{0'115}=0'8443$

15. Sea A=" aprobar el primer examen" y B=" aprobar el segundo". Nos dan las siguientes probabilidades: P(A)=0'6, P(B)=0'8, P(A∩B)=0'5. Hacemos la tabla de contingencia

	A	A'	Total
B	0'5	0'3	0'8
B'	0'1	0'1	0'2
Total	0'6	0'4	1

a) P(aprobar al menos uno)=1-P(no aprobar ninguno)=1-P(A'∩B')=
=1-0'1=0'9
b)P(A'∩B')=0'1
c)P(B/A)= $\frac{(B\cap A)}{P(A)}=\frac{0'5}{0'6}=0'8\hat{3}$

16.Consideremos los sucesos H="ser paciente niña; V=" ser paciente varón"; n=" ser menor de 24 meses
P(H)=0'6, P(V)=0'4; P(m/V)=0'35; P(m/H)=0'2
a) P(m)=P(m∩H)+P(m∩V)=P(m/H).P(H)+P(m/V).P(V)=0'2.0'6+0'35.0'4=0'26
b)P(H/m)=$\frac{P(H\cap m)}{P(m)} = \frac{P(m/H).P(H)}{P(m)} = \frac{0'2.0'6}{0'26} = 0'4615$. Podría utilizarse una tabla de contingencia después de hallar las probabilidades de las intersecciones
17. Sean los sucesos F=" realizarse correcciones faciales"; M="realizarse implantes mamarios"; O="Realizarse otras cirugías"; V="ser hombre". Sabemos que P(F)=0'2; P(M)=0'35; P(O)=0'45; P(H/F)=0'25; P(H/M)=0'15; P(H/O)=0'4. Por tanto:
P(H∩F)=P(H/F).p(F)=0'25.0'2=0'05; P(H∩M)=P(H/M).P(M)=0'15.0'35=0'0525; P(H∩O)=P(H/O).P(O)=0'4.0'45=0'18
a)P(H)=P(H∩f)+P(H∩M)+P(H∩O)=0'05+0'0525+0'18=0'2825
b)P(M/H)=$\frac{P(M\cap H)}{p(H)} = \frac{0'0525}{0'2825} = 0'1858$
18. Consideremos los sucesos; E="aparato cometió error"; 1º="utilizar el primer aparto"; 21="utilizar el segundo aparato" y 3º="utilizar el tercer aparto" Sabemos que P(1º)=0'25; p(2º)=0'35 y P(3ª)=0'4. Además P(E/1º)=0'01, P(E/2º)=0'02 y P(E/3º)=0'03. Hallamos las intersecciones:
P(E∩1º)=P(E/1º).P(1º)= 0'001.0'25=0'0025; P(E∩2º)=P(E/2º).P(2º)=0'02.0'35=0'007; P(E∩3º)=P(E/3º).P(3º)=0'03.0'4=0'012
P(E)=P(E∩1º)+P(E∩2º)+P(E∩3º)=0'0025+0'007+0'0012=0'0215 Luego P(1º/E)=$\frac{p(1^{o}\cap E)}{P(E)} = \frac{0'0025}{0'0215} = 0'1162$
Podría utilizarse tabla de contingencia después de hallar las probabilidades de las intersecciones
19.Sean los sucesos T="acudir en transporte"; A="Acudir andando"; P="llegar puntual", conocemos: P(T)=0'75, P(A)=0'25; P(P/T)=0'6, P(P/A)=0'9. Hallamos primero las intersecciones:
P(P∩T)=P(P/T).P(T)=0'6.0'75=0'45; P(P∩A)=P(P/A).P(A)=0'9.0'25=0'225. Por tanto
P(P)= P(P∩T)+ P(P∩A)=0'45+0'225=0'675
Nos preguntan P(A/P)=$\frac{p(A\cap P)}{P(P)} = \frac{0'225}{0'675} = 0'\hat{3}$ Podría utilizarse tabla de contingencia después de hallar las probabilidades de las intersecciones
20. Sea D="detectar el virus". A) P(D)=P(A_1∩A_2)+ P(A_1∩A'_2)+ P(A'_1∩A_2)=0'9.0'8+0'9.0'2+0'1.0'8=0'7344
b) P(A_1∩A'_2)=0'9.0'2=0'18. Al hallar las probabilidades tenemos en cuenta que los detectores actúan independientemente por lo que la probabilidad de la intersección es igual al producto de las probabilidades.
21. P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A∩B)=0'5+0'3-0'1=0'7; P(A/B)=$\frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0'1}{0'3} = 0'\hat{3}$
P(A/A∩B)= $\frac{P(A\cap(A\cap B))}{P(A\cap B)} = \frac{P(A\cap B)}{P(A\cap B)} = 1$; $P\left(\frac{A}{A\cup B}\right) = \frac{P(A\cap(A\cup B))}{P(A\cup B)} = \frac{P(A)}{P(A\cup B)} = \frac{0'5}{0'7} = 0'7142$
22. Sean los sucesos A="sacar un caramelo de la bolsa 1", B="sacar un caramelo de la bolsa 2"; N="sacar un caramelo de naranja"; L="sacar un caramelo de limón". Se trata de un experimento compuesto del que conocemos las siguientes probabilidades: P(A)=P(B)=1/2; P(N/A)=15/25, P(L/A)=10/25; P(N/B)=20/45, P(L/B)=25/45
a) P(N)=P(N∩A)+P(N∩B)=P(N/A).P(A)+P(N/B).P(B)=$\frac{15}{25}.\frac{1}{2} + \frac{20}{45}.\frac{1}{2} = 0'5\hat{2}$
b)P(B/L)=$\frac{P(B\cap L)}{P(L)}$, debemos hallar estas dos probabilidades
P(L)=P(L∩A)+P(L∩B)=P(L/A).P(A)+P(L/B).P(B)=$\frac{10}{25}.\frac{1}{2} + \frac{25}{45}.\frac{1}{2} = 0'4\hat{7}$; P(B∩L)=P(L∩B)=P(L/B).P(B)= $\frac{25}{45}.\frac{1}{2} = 0'\widehat{27}$. Por tanto P(B/L)=$\frac{P(B\cap L)}{P(L)} = \frac{0'\widehat{27}}{0'4\hat{7}} = 0'5813$
23. Consideremos los sucesos M="Estudiar matemáticas", E="Estudiar económicas". Conocemos P(M)=0'15. P(E)=0'3, P(M∩E)=0'1
a) Si los sucesos son independientes P(M∩E)=P(M).P(E); P(M).P(E)=0'15.0'3=0'045≠ P(M∩E)=0'1. Por tanto los sucesos son dependientes.
b)Aplicando las leyes de Morgan P(M'∩E')=P[(MUE)']=1-P(MUE)=1-[P(M)+P(E)- P(M∩E)]=1-[0'15+0'3-0'1]=0'65.
Podríamos haber hecho este segundo apartado mediante una tabla de contingencia

	M	M'	Total
E	0'1	0'2	0'3
E'	0'05	0'65	0'7
Total	0'15	0'85	1

Problemas de estadística. Preparación examen final

24. Sea A="Producción en la primera fábrica"; P(A)=1000/5000=0'2
B=" Producción en la segunda fábrica"; P(B)=1500/5000=0'3
C=" Producción en la tercera fábrica"; P(C)=2500/5000=0'5
D="Salir defectuoso"; P(D/A)=0'1; P(D/B)=0'1; P(D/C)=0'3

a) P(D)= P(D∩A)+ P(D∩B)+ P(D∩C)=P(D/A).P(A)+ P(D/B).P(B)+ P(D/C).P(C)=0'1.0'2+0'1.0'3+0'3.0'5=0'2. Por tanto P(D')=1-P(D)=1-0'2=0'8

b)P(C/D)=$\frac{P(C\cap D)}{P(D)} = \frac{0'3.0'5}{0'8} = 0'1875$. NOTA P(C∩D)=P(D∩C)=P(D/C).P(C)=0'3.0'5

25. Sea R="sintonizar Rhythm" y M="sintonizar Music"; sabemos que P(M∩R)=0'1; P(M)=0'35; P(M'∩R')=0'55 . Hacemos la tabla de contingencia:

	M	M'	Total
R	0'1	0'1	0'2
R'	0'25	0'55	0'8
Total	0'35	0'65	1

a) P(R)=0'2
b)P(R∩M')=0'1
c)P(M/R)=$\frac{P(M\cap R)}{P(R)} = \frac{0'1}{0'2} = 0'5$

26. Sean A y B dichos sucesos independientes, sabemos que 3/25 y P(AUB)=17/25. Entonces:

$$\begin{cases} P(A\cap B) = P(A).P(B) = \frac{3}{25} \\ P(A\cup B) = P(A)+P(B) - P(A\cap B) = \frac{17}{25} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P(A).P(B) = \frac{3}{25} \\ P(A)+P(B) = \frac{17}{25}+\frac{3}{25} = \frac{20}{25} \end{cases}$$ Resolviendo el sistema obtenemos que P(A)=30/50 y P(B)=10/50 o viceversa

27. P(A)=0'4; P(B)=0'6 y P(AUB)=0'7

a) P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A∩B); 0'7=0'6+0'4- P(A∩B); P(A∩B)=0'3≠P(A).P(B)=0'6.0'4=0'24 por lo que los sucesos son dependientes.

b) P(A)= P(A∩B)+ P(A∩B'); 0'6=0'3+ P(A∩B'); P(A∩B')=0'6-0'3=0'3

c)Por las leyes de Morgan P(A'∩B')=P[(AUB)']=1-P(AUB)=1-0'7=0'3

	A	A'	Total
B	0'3	0'3	0'6
B'	0'1	0'3	0'4
Total	0'4	0'6	1

Una vez hallada P(A∩B) en el primer apartado, los 2 siguientes apartados podríamos haberlos hecho por una tabla de contingencia

28. Se trata de una distribución binomial X B(6,0'25)

P(X≥4)=P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)=$\binom{6}{4}0'25^4 0'75^2 + \binom{6}{5}0'25^5 0'75 + \binom{6}{6}0'25^6$=15. $0'25^4 0'75^2 + 6.0'25^5 0'75 + 0'25^6 = 0'03759$

29. X es una distribución B(5,0'4); P(X≥3)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)= $\binom{5}{3}0'4^3 0'6^2 + \binom{5}{4}0'4^4 0'6 + \binom{5}{5}0'4^5$=10. $0'4^3 0'6^2 + 5.0'4^4 0'6 + 0'4^5 = 0'31744$

30. X es una distribución binomial B(100, 0'25); dado que np=100.0'25=25>5 puede aproximarse por una distribución X' normal; μ =np=25; $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100.0'0'75}$=4'33 Por tanto X' será una N(25,4'33). Z sera la distribución N(0,1).

a)P(X>30)=P(X'>30'5)=P(Z>$\frac{30'5-25}{4'33}$)=P(Z>1'27)=1-P(Z<1'27)=1-0'8980=0'1020

b)P(X<15)=P(X'<14'5)=P(Z<$\frac{14'5-25}{4'33}$)=P(Z<-2'42)=P(Z>2'42)=1-P(Z<2'42)=1-0'9922=0'0078

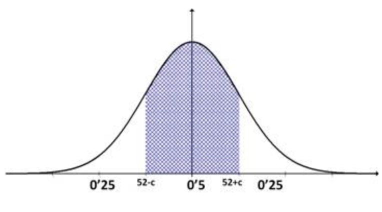
c) Se trata de una probabilidad condicionada. Sea A=" acertar menos de 35 preguntas" y B=" acertar más de 30", nos piden P(A/B)=$\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$; P(B)=0'1020, calculada en el apartado a

La intersección de acertar menos de 35 y más de 30 será acertar entre 30 y 35, vamos a hallar su probabilidad P(30<X<35)=P(30'5<X'<34'5)=P($\frac{30'5-25}{4'33} < Z < \frac{34'5-25}{4'33}$) $= P(1'27 < Z < 2'19) = P(Z < 2'19) - p(Z < 1'27)$ =0'9857-0'8980=0'0877.

Por tanto P(A/B)=$\frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0'0877}{0'1020} = 0'8598$

31. Las distribuciones son: en la comunidad A N(52,3); en la B N(53,5)

a) En la comunidad A (primero de los casos), nos piden un punto c de forma que P(52-c<X<52+c)=0'5 Como se puede ver en la imagen esto es equivalente a decir que P(X<52+c)=0'75→P(Z<$\frac{52+c-52}{3}$) $= 0'75 \rightarrow P(Z < \frac{c}{3})$=0'75.Buscando en las tablas obtenemos que c/3=0'675, por tanto c=2'025. Por tanto el 50%



de los recién nacidos estarán en el intervalo (52-2’025, 52+2’025)=(49’975,54’025) en cm . Es decir, aproximadamente entre 50 y 54 cm

b) En la comunidad A la P(X>50)=P(Z>$\frac{50-52}{3}$) $= P\left(Z > -\frac{2}{3}\right) = P\left(Z < \frac{2}{3}\right) = 0'7454$

En la comunidad B la P(X>50)=P(Z>$\frac{50-53}{5}$) $= P\left(Z > -\frac{3}{5}\right) = P\left(Z < \frac{3}{5}\right) = 0'7258$

Por tanto la proporción de recién nacidos con talla superior a 50 cm es mayor en la comunidad A

32. La distribución de las puntuaciones es N(100,25), como se aprecia en el dibujo buscamos 2 valores x e y tales que P(X<x)=0’2 y P(X>y)=0’2→P(X<y)=1-0’2=0’8. Entonces:

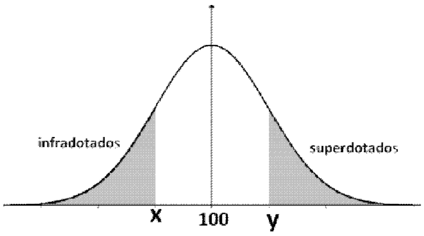
P(X<y)=P(Z<$\frac{y-100}{25}$)=0’8, buscando en las tablas obtenemos que

$\frac{y-100}{25}$=0’84→y=100+0’84.25=100+21=121

Teniendo en cuenta la simetría ya que P(X<x)=P(X>y), x=100-21=79.

Por tanto:

Son infradotados los que obtienen menos de 79 puntos; normales los que obtienen entre 79 y 121 y superdotados los que obtienen más de 121.



33. X es N(1’75,σ);

a) P(X>1’90)=0’0668→P(X<1’90)=1-0’0668=0’9332→P(Z<$\frac{1'90-1'75}{\sigma}$) =

$= P(Z < \frac{0'15}{\sigma}$)=0’9332; buscando en las tablas $\frac{0'15}{\sigma} = 1'5 \rightarrow \sigma = 0'10$

b) P(X>1’60)=P(Z>$\frac{1'60-1'75}{0'10}$) $= P(Z > -1'5) = P(Z < 1'5) = 0'9332$ es decir la población que mide más de 1’60 supone un 93’32%.

34. Sueldos en la empresa A siguen una N(1800.650) y en la B una N(2000,500)

Empresa A P(X>3000)=P(Z>$\frac{3000-1800}{650}$) $= P(Z > 1'85) = 1 - P(Z < 1'85) = 1 - 0'9678 = 0'0322$ Esto es el 3’22% de los empleados. Como son 50000 habrá 1610 empleados con un sueldo mayor de 3000 euros.

Empresa B P(X>3000)=P(Z>$\frac{3000-2000}{500}$) $= P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0'9772 = 0'0228$

Esto es el 2’28% de los empleados. Como son 60000 habrá 1368 empleados con un sueldo mayor de 3000 euros. Por tanto en la empresa A habrá más empleados que cobran más de 3000 euros que en la empresa B

35. X es N(100,16)

P(118<X<122)=P($\frac{118-100}{16} < Z < \frac{122-100}{16}$) $= P(1'125 < Z < 1'375) = P(Z < 1'375) -$

$-P(Z < 1'125) = 0'9154 - 0'8697 = 0'0457$. Es decir, el 4’57% de los alumnos. Como son 500 en total, cabe esperar que 23 alumnos tengan un coeficiente de inteligencia entre los límites indicados.

36. X es N(10, 0’7)

a) P(X>9)=P(Z>$\frac{9-10}{0'7}$) $= P(Z > -1'43) = P(Z < 1'43) = 0'9236$

b) P(9<X<11)=P($\frac{9-10}{0'7} < Z < \frac{11-10}{0'7}$) $= P(-1'43 < Z < 1'43) = P(Z < 1'43) - P(Z <$

$-1'43 = PZ<1'43 - PZ>1'43 = PZ<1'43 - 1 - PZ<1'43 =$

$= 2.P(Z < 1'43) - 1 = 2.0'9236 - 1 = 0'8472$

37. X=”Nº de personas que utilizan transporte público” sigue una B(140,0’25)

a) El nº esperado de ciudadanos que NO utilizan transporte público será n.q=n(1-p)=140.0’75= =105

b) Al ser np>5 y nq>5 podemos aproximar por una normal. Buscamos su media y desviación típica: $\mu = np = 140.0'25 = 35$; $\sigma = \sqrt{n.p.q} = \sqrt{140.0'0'75} = 5'12$

P(30≤X≤45)=P(29’5<X’<45’5)=P($\frac{29'5-35}{5'12} < Z < \frac{45'5-35}{5'12}$) $= P(-1'07 < Z < 2'05) =$

P(Z<2’05)-P(Z<-1’07)=P(Z<2’05)-P(Z>1’07)=P(Z<2’05)-[1.P(Z<1’07)=0’9798-[1-0’8577]=0’8375

38. X="Nº de clientes que pagan con tarjeta"
a) Se trata de una B(120,0'35). El nº esperado de los que NO pagan con tarjeta será n.q=120.0'65=78
b) En este caso X es B(200,0'35), como np=7>5 y nq=130>5 podemos aproximar por una Normal. : $\mu = np = 200.0'35 = 70$; $\sigma = \sqrt{n.p.q} = \sqrt{200.0'35.0'65} = 6'75$
P(60≤X≤85)=P(59'5<X'<85'5)=P$\left(\frac{59'5-70}{6'75} < Z < \frac{85'5-70}{6'75}\right) = P(-1'56 < Z < 2'3) =$
P(Z<2'3)-P(Z<-1'56)=P(Z<2'3)-P(Z>1'56)=P(Z<2'3)-[1.P(Z<1'56)]=0'9893-[1-0'9406]=0'9299
c) Sea Y=" nº de clientes que no ha pagado con tarjeta", Y sigue una B(400,0'65) como np>5 y nq>5 aproximamos por una normal. $\mu = np = 400.0'65 = 260$; $\sigma = \sqrt{n.p.q} =$
$= \sqrt{400.0'65.0'35} = 9'54$; P(Y≥260)=P(Y'>259'5)=P(Z>$\frac{259'5-260}{9'54}) = P(Z > -0'05) =$
$= P(Z < 0'05) = 0'5199$

39. Sea X="Nº de viviendas con conexión a internet" es B(80,0'25). Como np>5 y n.q)>5 podemos aproximar por una normal.
$\mu = np = 80.0'25 = 20$; $\sigma = \sqrt{n.p.q} = \sqrt{80.0'25.0'75} = 3'87$
a) P(X≥20)=P(X'>19'5)=P(Z>$\frac{19'5-20}{3'87}) = P(Z > -0'13) = P(Z < 0'13) = 0'5517$
b) Nº esperado de viviendas NO conectadas =n.q=80.0'75=60 viviendas
c) P(10≤X≤30)=P(9'5<X'<30'5)=P$\left(\frac{9'5-20}{3'87} < Z < \frac{30'5-20}{3'87}\right) = P(-2'71 < Z < 2'71) =$
$P(Z < 2'71) - P(Z < -2'71) = P(Z < 2'71) - P(Z > 2'71) = P(Z < 2'71) -$
$[1 - P(Z < 2'71)] = 2.P(Z < 2'71) - 1 = 2.0'9966 - 1 = 0'9932$

40. Sea F="ser fumador"; H="ser hombre". Sabemos que P(F)=0'3, P(H/F)=0'6; P(H'/F')=0'7
Podemos calcular P(H∩F)=P(H/F).P(F)=0'6.0'3=0'18. Así mismo, P(H'∩F')=P(H'/F').P(F')=
=0'7.0'7=0'49. Hacemos la tabla de contingencia

	F	F'	Total
H	0'18	0'21	0'39
H'	0'12	0'49	0'61
Total	0'3	0'7	1

a) P(H')=0'61
b) P(F/H)=$\frac{P(F\cap H)}{P(H)} = \frac{0'18}{0'39} = 0'4615$

41. X es N(1220,120)
a) P(X>1400)=P(Z>$\frac{1400-1220}{120}) = P(Z > 1'5) = 1 - P(Z < 1'5) = 1 - 0'9332 = 0'0668$
b) P(X<980)=P(Z<$\frac{980-1220}{120}) = P(Z < -2) = P(Z > 2) = 1.P(Z < 2) = 1 - 0'9772 =$
$= 0'0228$

42. P(A')=0'4→P(A)=0'6; P(B)=0'7.
Son sucesos independientes →P(A∩B)=P(A).P(B)=0'6.0'7=0'42
P(AUB)=P(A)+P(B)- P(A∩B)=0'6+0'7-0'42=0'88; P(A-B)=P(A)- P(A∩B)=0'7-0'42=0'18

43. P(A)=0'7; P(B)=0'6; P(AUB)=0'9.
P(AUB)=P(A)+P(B)- P(A∩B)→ P(A∩B)=P(A)+P(B)-P(AUB)=0'6+0'7-0'9=0'4
P(A).P(B)=0'7.0'6=0,42≠ P(A∩B), por tanto los sucesos son dependientes.
P(A-B)=P(A)-P(A∩B)=0'7-0'4=0'3
P(A/B')=$\frac{P(A\cap B')}{P(B')}$. P(B')=1-0'6=0'4, tenemos que hallar P(A∩B');
P(A)= P(A∩B)+ P(A∩B')→ P(A∩B')=P(A)- P(A∩B)=0'7-0'4=0'3. Por tanto P(A/B')=$\frac{0'3}{0'4} = 0'75$