



ESTUDIANDO

## Boletín de Geometría Analítica

- 1) Si las coordenadas de los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  son (3,5) y (-2,1) respectivamente, obtén las coordenadas de:
  - a)  $-2\vec{a} + 1/2\vec{b}$
  - b)  $1/2(\vec{a} + \vec{b}) - 2/3(\vec{a} - \vec{b})$
- 2) Halla el vector  $\vec{b}$  tal que  $\vec{c} = 3\vec{a} - 1/2\vec{b}$ , siendo  $\vec{a} = (-1,3)$  y  $\vec{c} = (7, -2)$
- 3) Expresa  $\vec{a} = (-1, -8)$  como combinación lineal de  $\vec{b} = (3, -2)$  y  $\vec{c} = (4, 1/2)$
- 4) ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores forman una base? ¿Por qué?
  - a)  $(3, -1)$  y  $(1, 3)$
  - b)  $(2, 6)$  y  $(2/3, 2)$
- 5) Dados  $\vec{a} = (2, 3)$ ,  $\vec{b} = (-3, 1)$  y  $\vec{c} = (5, 2)$  calcula:
  - a)  $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$
  - b)  $(\vec{b} \cdot \vec{b})\vec{a}$
  - c)  $\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c}$
  - d)  $(3\vec{a} - 2\vec{b})\vec{c}$
- 6) Halla el valor de m para que el módulo del vector  $(3/5, m)$  sea igual a 1.
- 7) Calcula x de modo que el producto escalar de  $\vec{a} = (3, 5)$  y  $\vec{b} = (x, 2)$  sea igual a 7. ¿Qué ángulo forman los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ ?
- 8) Dado el vector  $\vec{a} = (6, -8)$ , determina:
  - a) Los vectores unitarios de la misma dirección que  $\vec{a}$ .
  - b) Los vectores ortogonales a  $\vec{a}$  que tengan el mismo módulo que  $\vec{a}$ .
  - c) Los vectores unitarios y ortogonales a  $\vec{a}$ .
- 9) Siendo  $\vec{a} = (5, b)$  y  $\vec{b} = (a, 2)$ , halla a y b, sabiendo que  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  son ortogonales y  $|\vec{b}| = \sqrt{13}$
- 10) Dados  $\vec{a} = (2, 1)$  y  $\vec{b} = (6, 2)$ , halla un vector  $\vec{c}$  tal que  $\vec{c} \cdot \vec{a} = 1$  y  $\vec{c} \perp \vec{b}$
- 11) Sean  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  dos vectores unitarios que forman un ángulo de  $60^\circ$ , calcula  $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- 12) Determina si los puntos A(-1, -2), B(2, 7) y C(1, 2) están alineados.
- 13) Determina k para que los puntos A(-3, 5), B(2, 1) y C(6, k) estén alineados.
- 14) El punto P(5, -2) es el punto medio del segmento AB del que conocemos el extremo A(2, 3). Halla B
- 15) Halla el simétrico de P(1, -2) respecto del punto H(3, 0).
- 16) Escribe las ecuaciones vectorial, paramétricas, continua y general de la recta que pasa por A(-3, 7) y tiene dirección paralela al vector  $\vec{a}(4, -1)$ . Obtén otro punto de dicha recta.
- 17) Escribe la ecuación de la recta que pasa por P(6, -2) y Q(0, 5) de todas las formas posibles.
- 18) Obtén, para cada una de las siguientes rectas, un vector director, un vector normal y su pendiente:
 
$$r_1: \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 5t \end{cases} \quad r_2: \frac{x+3}{2} = \frac{1-y}{4} \quad r_3: x + 3 = 0 \quad r_4: y = 1/3 x + 2/3$$
- 19) Dada la recta r:  $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = 2 + t \end{cases}$  escribe las ecuaciones, en forma explícita, de:
  - a) La recta paralela a r que pasa por A(-1, -3)
  - b) La recta perpendicular a r que pasa por B(-2, 5)
- 20) Halla la ecuación de la recta que pasa por P(1, -3) y es:
  - a) Paralela a la recta  $2x - 3y + 5 = 0$ . En forma paramétrica.
  - b) Perpendicular a la recta  $x + y - 3 = 0$ . En forma continua.
  - c) Paralela a la recta  $2y - 3 = 0$
  - d) Perpendicular a la recta  $x + 5 = 0$
- 21) Halla la ecuación paralela a  $2x - 3y = 0$  cuya ordenada en el origen es -2.

- 22) Dada la recta  $4x + 3y - 6 = 0$ , escribe la ecuación de la recta perpendicular a ella en el punto de corte con el eje de ordenadas.
- 23) Escribe las ecuaciones paramétricas y general de las rectas:
- a) Su vector de posición es  $(-3, 1)$  y su vector de dirección es perpendicular a  $(0, -2)$

- b) Pasa por A(5, -2) y es paralela a  $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \end{cases}$
- c) Pasa por A(1, 3) y es perpendicular a la recta de ecuación  $2x - 3y + 6 = 0$
- d) Es perpendicular al segmento PQ en su punto medio, siendo P(0, 4) y el punto Q(-6, 0)
- 24) De una cierta recta r conocemos su pendiente  $m = 2/3$ . Halla la recta s en cada caso:
- a) s es paralela a la recta r y pasa por el origen de coordenadas.
- b) s es perpendicular a la recta r y contiene al punto (1, 2).
- 25) Calcula el valor de los parámetros  $k$  y  $t$  para que las siguientes rectas se corten en el punto A(1,2).  
 $r: kx - ty - 4 = 0$   
 $s: 2tx + ky - 2 = 0$
- 26) Determina el valor de  $k$  para que las rectas r y s sean paralelas:  
 $r: \frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2}$        $s: \frac{x+5}{-6} = \frac{y-1}{k}$
- 27) Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas:  
 $r: 5x + y + 7 = 0$        $r: 3x + 5y + 10 = 0$   
 $s: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -10t - 3 \end{cases}$        $s: -3x + 5y + 10 = 0$
- 28) Halla el ángulo que forman los siguientes pares de rectas:  
a)  $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -3x + 1 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} 3x - 5y + 7 = 0 \\ 10x + 6y - 3 = 0 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2y + 3 = 0 \end{cases}$
- 29) Calcula n de modo que la recta  $3x + ny - 2 = 0$  forme un ángulo de  $60^\circ$  con el eje OX.
- 30) Calcula k de modo que la distancia entre los puntos A(5, k) y B(3, -2) sea 2.
- 31) Halla la longitud del segmento que determina la recta  $x - 2y + 5 = 0$  al cortar a los ejes de coordenadas.
- 32) Determina c para que la distancia de la recta  $x - 3y + c = 0$  al punto (6, 2) sea de  $\sqrt{10}$  unidades (Hay dos soluciones)
- 33) Halla la distancia entre las rectas:  
 $r: x - 2y + 8 = 0$  y  $s: -2x + 4y - 7 = 0$   
(Comprueba primero su posición relativa)
- 34) En el triángulo cuyos vértices son O(0, 0), A(4, 2) y B(6, -2), calcula:  
a) La longitud del lado OB  
b) La distancia de A al lado OB  
c) El área del triángulo
- 35) Comprueba que el triángulo de vértices A(-3, 1), B(0, 5) y C(4, 2) es rectángulo y halla su área.
- 36) Halla el punto de la recta  $3x - 4y + 8 = 0$  que equidista de A(-6, 0) y B(0, -6)
- 37) Determina un punto de la recta  $y = 2x$  que diste tres unidades de la recta  $r: 3x - y + 8 = 0$
- 38) Calcula c para que la distancia entre las rectas  $4x + 3y - 6 = 0$  y  $4x + 3y + c = 0$  sea igual a 3 unidades.
- 39) Halla el lugar geométrico de los puntos:  
a) que equidistan de A(5, -3) y B(2, 0)  
b) cuya distancia a la recta  $4x - 3y + 11 = 0$  es 6.  
c) que equidistan de las rectas:  $r: 3x - 5y + 11 = 0$   
 $s: 3x - 5y + 3 = 0$
- 40) Las diagonales de un rombo son perpendiculares entre sí. Calcula las ecuaciones de las diagonales de un cuadrilátero de vértices A(8, 3), B(6, -1), C(2, 0) y D(4, 4) y comprueba si es un rombo o no.

- 41) Halla para qué valor de  $b$ , la recta  $x - by = -4b - 1$  es coincidente con la recta que pasa por los puntos  $P(-1, 4)$  y  $Q(2, 3)$
- 42) Los vértices opuestos de un cuadrado son los puntos  $A(0, 3)$  y  $C(4, 0)$ . ¿Cuáles son las coordenadas de los otros vértices? ¿Cuál es el área del cuadrado?

### Soluciones del boletín de Geometría Analítica

- 1) a)  $(-7, -19)$     b)  $(-17/6, 1/3)$
- 2)  $(-20, 22)$
- 3)  $m = 63/19$      $n = -16 + 252/19$
- 4) a) Forman porque tienen distinta dirección  
b) NO forman base porque tienen la misma dirección  $(2, 6) = 3(2/3, 2)$
- 5) a)  $(-15, -6)$     b)  $(20, 30)$     c) 29    d) 74
- 6)  $m_1 = 4/5$      $m_2 = -4/5$
- 7)  $x = -1$ ,     $\alpha = 57^\circ 31' 44''$
- 8) a)  $(3/5, -4/5)$  o  $(-3/5, 4/5)$   
b)  $(8, 6)$  o  $(-8, -6)$   
c)  $(4/5, 3/5)$  o  $(-4/5, -3/5)$
- 9) Hay dos soluciones:  $a_1 = 3, b_1 = -15/2$  o  $a_2 = -3, b_2 = 15/2$
- 10)  $(-1, 3)$
- 11)  $1/2$
- 12) NO están alineados
- 13)  $-11/5$
- 14)  $(8, -7)$
- 15)  $(5, 2)$
- 16) La ecuación vectorial es:  $(x, y) = (-3, 7) + k(4, -1)$   
Las paramétricas:  $x = -3 + 4k, y = 7 - k$   
Puntos:  $(1,6), (5,5), (9,4), (13,3) \dots$
- 17) Ec. Vectorial  $(x, y) = (6, -2) + k(-6, 7)$   
Ecs. Paramétricas  $x = 6 - 6k$ ;  $y = -2 + 7k$   
Ec. Continua  $\frac{x-6}{-6} = \frac{y+2}{7}$   
Ec. General  $7x + 6y - 30 = 0$   
Ec. Explícita  $y = -7/6 x + 5$
- 18) a) Dirección  $(2, 5)$  Normal  $(-5, 2)$  Pendiente  $5/2$   
b) Dirección  $(2, -4)$  Normal  $(4, 2)$  Pendiente  $-2$   
(Fijaos que aparece  $\frac{1-y}{4} = \frac{-(y-1)}{4} = \frac{y-1}{-4}$ )  
c) Dirección  $(0, 1)$  Normal  $(-1, 0)$  o  $(1, 0)$  Pendiente: no tiene, recta vertical  
d) Dirección  $(3, 1)$  Normal  $(-1, 3)$  Pendiente  $1/3$
- 19) a)  $y = -1/5x - 16/5$     b)  $y = 5x + 15$

- 20) a)  $x = 1 + 3t$       b)  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1}$       c)  $y = -3$       d)  $y = -3$   
 $y = -3 + 2t$
- 21)  $y = 2/3x - 2$     o     $2x - 3y - 6 = 0$
- 22)  $3x - 4y + 8 = 0$
- 23) a)  $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 \\ y - 1 = 0 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -2 + 2t \\ 2x + y - 8 = 0 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ 3x + 2y - 9 = 0 \end{cases}$       d)  $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \\ 3x + 2y + 5 = 0 \\ \text{ó } 6x + 4y + 10 = 0 \end{cases}$
- 24) a)  $y = 2/3x$       b)  $y = -3/2x + 7/2$
- 25)  $k = 2, t = -1$
- 26)  $k = 4$
- 27) a) Paralelas      b) Secantes
- 28) a)  $45^\circ$       b)  $90^\circ$       c)  $63^\circ 26' 6''$
- 29)  $n = -\sqrt{3}$
- 30)  $k = -2$
- 31) Puntos de corte:  $A = (0, 2)$ ,  $B(5, 0)$ ,  $|AB| = 5/2\sqrt{5}$
- 32) Dos posibles valores 10 y -10
- 33)  $9\sqrt{5}/10$
- 34) a)  $2\sqrt{10}$       b)  $\sqrt{10}$       c)  $10u^2$
- 35) Calculad longitud de los lados y comprobad que se cumple el teorema de Pitágoras o que dos de los vectores que definen los lados, AB y BC, son perpendiculares.  
 Utilizando esta última forma:  $AB = (3, 4)$ ;  $AC = (7, 1)$  y  $BC = (4, -3)$ . Es fácil observar que AB y BC son perpendiculares, su producto escalar es nulo.  
 Área =  $12,5 u^2$  (Tomamos como base y altura los módulos de los vectores AB y BC que son los catetos del triángulo, sus módulos son 5, así  $b \cdot h / 2 = 25/2$ )
- 36)  $(8, 8)$
- 37)  $P_1 = (3\sqrt{10} - 8, 6\sqrt{10} - 16)$        $P_2 = (-3\sqrt{10} - 8, -6\sqrt{10} - 16)$
- 38)  $c_1 = 9$ ,  $c_2 = -21$
- 39) a)  $x - y - 5 = 0$  ( Es la ecuación de la mediatriz del segmento AB)  
 b)  $4x - 3y - 19 = 0$   
 $4x - 3y + 41 = 0$  ( Dos rectas paralelas a la dada que distan 6u)  
 c)  $3x - 5y + 7 = 0$  (Sale de  $6x - 10y + 14$ , simplificando. La otra ecuación que resulta de la ecuación con valores absolutos no tiene solución)
- 40) Ecuaciones de las diagonales, recta que pasa por A y C y otra pasa por B y D.  
 Primera: vector director  $(6, 3)$ , punto  $(2, 0)$  :  $x - 2y - 2 = 0$  (simplificad)  
 Segunda: vector director  $(-2, 5)$ , punto  $(4, 4)$  :  $5x + 2y - 28 = 0$   
 Para comprobar si es un rombo probemos si las diagonales son perpendiculares.

Hacemos su producto escalar.  $6 \cdot (-2) + 3 \cdot 5 = 3 \neq 0$ , NO son perpendiculares así pues no es un rombo.

41)  $b = -3$ . Tienen que tener vectores directores paralelos y además un punto en común (comprobadlo).

42) El cuadrado tiene diagonales perpendiculares e iguales.

Calculad la diagonal que pasa por B y D, es perpendicular a la de A y C pasando por el punto medio del segmento AC:  $8x - 6y - 7 = 0$  ( de  $4x - 3y - 7/2 = 0$ )

Vértices (ptos de esa recta a  $2\sqrt{5}u$  del pto medio):  $B = (7/2, 7/2)$  y  $D = (1/2, -1/2)$

Los vectores AB, AD, BC y CD tienen todos ellos módulo  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$  por lo tanto el

área del cuadrado es  $12\sqrt{5}u^2$ .