

Trigonometría Boletín IV: Ejercicios ecuaciones trigonométricas

1. $\text{sen}x=0$

2. $\text{cos}x=0$

3. $\text{sen}x=1$

4. $\text{cos}x=-1$

5. $\text{sen}^2x-\text{cos}^2x=1/2$

6. $2\text{tg}x-3\text{ctg}x-1=0$

7. $3\text{sen}^2x-5\text{sen}x+2=0$

8. $\text{cos}^2x-3\text{sen}^2x=0$

9. $2\text{cos}x=3\text{tg}x$

10. $\text{tg}x=\sqrt{2}\text{cos}x$

11. a) $\text{cos}x = \frac{1}{2}$ b) $\text{sen}x = -\frac{1}{2}$ c) $\text{tg}(x) = 1$

12. a) $2\text{sen}x = 3$ b) $\text{sen}x-\text{cos}x=0$;

c) $\text{tg}x+2\text{sen}x=0$; d) $\text{cos}^2x=3\text{sen}^2x$; e) $2\text{tg}^2x-3\text{tg}x+1=0$; f) $4\text{sen}^2x=3$;

g) $\text{sen}^2x+\text{cos}x-1=0$; h) $\text{sen}^2x+\text{sen}x-6=0$ i) $2(\text{cos}^2x-\text{sen}^2x)=1$

13. a) $\text{sen}^2x+\frac{1}{\text{sec}x} = \frac{5}{4}$; b) $\text{cos}x - \text{tag}x = \text{sec}x$; c) $2.\text{cos}x = 3.\text{tag}x$ d) $3.\text{sec}x - 3.\text{sen}x.\text{tag}x = -3$

e) $3.\text{cosec}x - 2.\text{cos}x.\text{cotag}x + 3 = 0$; f) $3.\text{cotag}x + 4.\text{sen}x = 2.\text{cos}x.\text{tg}x$

Soluciones:

1. $\text{sen}x=0$ $x = \begin{cases} 0 + 360k \\ 180 + 360k \end{cases}$

2. $\text{cos}x=0$ $x = \begin{cases} 90 + 360k \\ 270 + 360k \end{cases}$

3. $\text{sen}x=1$ $x=90+360k$

4. $\text{cos}x=-1$ $x=180+360k$

5. $x = \begin{cases} 60 + 360k \\ 120 + 360k \\ 240 + 360k \\ 300 + 360k \end{cases}$

6. $x = \begin{cases} 56^\circ 18' 35'' + 360k \\ 236^\circ 18' 35'' + 360k \\ 135 + 360k \\ 315 + 360k \end{cases}$

7. $x = \begin{cases} 41^\circ 48' 37'' + 360k \\ 138^\circ 11' 23'' + 360k \end{cases}$

8. $x = \begin{cases} 30 + 360k \\ 150 + 360k \\ 210 + 360k \\ 330 + 360k \end{cases}$

$$9 = x = \begin{cases} 30 + 360k \\ 150 + 360k \end{cases}; \text{ la ecuación } \operatorname{sen}x = -2 \text{ no tiene solución porque } -1 \leq \operatorname{sen}x \leq 1$$

$$10. x = \begin{cases} 45 + 360k \\ 135 + 360k \end{cases} \text{ la ecuación } \operatorname{sen}x = -\sqrt{2} \text{ no tiene solución al ser } < -1$$

$$11. \text{ a) } \operatorname{cos}x = 1/2 \begin{cases} x = 60^\circ + 360k \\ x = 300^\circ + 360k \end{cases}; \text{ b) } \operatorname{sen}x = -1/2 \begin{cases} x = 210^\circ + 360k \\ x = 330^\circ + 360k \end{cases};$$

$$\text{ c) } \operatorname{tg}x = 1 \begin{cases} x = 45^\circ + 360k \\ x = 225^\circ + 360k \end{cases}$$

12. a) $2\operatorname{sen}x = 3$; $\operatorname{sen}x = 3/2$ No tiene solución ya que el seno de un ángulo está comprendido entre -1 y 1

$$\text{ b) } \operatorname{sen}x - \operatorname{cos}x = 0; \operatorname{sen}x = \operatorname{cos}x; \begin{cases} x = 45^\circ + 360k \\ x = 225^\circ + 360k \end{cases}$$

$$\text{ c) } \operatorname{tg}x + 2\operatorname{sen}x = 0; \frac{\operatorname{sen}x}{\operatorname{cos}x} + 2\operatorname{sen}x = 0; \frac{\operatorname{sen}x + 2\operatorname{sen}x \cdot \operatorname{cos}x}{\operatorname{cos}x} = 0; \operatorname{sen}x + 2\operatorname{sen}x \cdot \operatorname{cos}x = 0;$$

$$\operatorname{sen}x(1 + 2\operatorname{cos}x) = 0 \rightarrow \begin{cases} \operatorname{sen}x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0^\circ + 360k \\ x = 180^\circ + 360k \end{cases} \\ \operatorname{cos}x = -1/2 \rightarrow \begin{cases} x = 120^\circ + 360k \\ x = 240^\circ + 360k \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{ d) } \operatorname{cos}^2x = 3\operatorname{sen}^2x; \quad 1 - \operatorname{sen}^2x = 3\operatorname{sen}^2x; \quad 4\operatorname{sen}^2x = 1; \quad \operatorname{sen}^2x = 1/4;$$

$$\operatorname{sen}x = \pm 1/2 \rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + 360k \\ x = 150^\circ + 360k \\ x = 210^\circ + 360k \\ x = 330^\circ + 360k \end{cases}$$

$$\text{ e) } 2\operatorname{tg}^2x - 3\operatorname{tg}x + 1 = 0, \text{ resolviendo la ecuación de 2º grado } \operatorname{tg}x = \begin{cases} 1 \rightarrow \begin{cases} x = 45^\circ + 360k \\ x = 225^\circ + 360k \end{cases} \\ 1/2 \rightarrow \begin{cases} x = 26^\circ 33' 54'' \\ x = 206^\circ 33' 54'' \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{ f) } 4\operatorname{sen}^2x = 3; \quad \operatorname{sen}^2x = 3/4; \quad \operatorname{sen}x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 60^\circ + 360k \\ x = 120^\circ + 360k \\ x = 240^\circ + 360k \\ x = 300^\circ + 360k \end{cases}$$

$$\text{ g) } \operatorname{sen}^2x + \operatorname{cos}x - 1 = 0; \quad 1 - \operatorname{cos}^2x + \operatorname{cos}x - 1 = 0; \quad -\operatorname{cos}^2x + \operatorname{cos}x = 0;$$

$$\operatorname{cos}x(-\operatorname{cos}x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \operatorname{cos}x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 90^\circ + 360k \\ x = 270^\circ + 360k \end{cases} \\ \operatorname{cos}x = 1 \rightarrow x = 0^\circ + 360k \end{cases}$$

h) $\operatorname{sen}^2x + \operatorname{sen}x - 6 = 0$, resolviendo la ecuación de segundo grado : $\operatorname{sen}x = \begin{cases} 2 \\ -3 \end{cases}$ Ambas soluciones son imposibles al ser una mayor que 1 y la otra menor que .1

$$\text{ i) } 2(\operatorname{cos}^2x - \operatorname{sen}^2x) = 1; \quad 2\operatorname{cos}^2x - 2\operatorname{sen}^2x - 1 = 0; \quad 2(1 - \operatorname{sen}^2x) - 2\operatorname{sen}^2x - 1 = 0; \quad -4\operatorname{sen}^2x + 1 = 0$$

$$\operatorname{sen}^2x = 1/4; \quad \operatorname{sen}x = \pm \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + 360k \\ x = 150^\circ + 360k \\ x = 210^\circ + 360k \\ x = 330^\circ + 360k \end{cases}$$

13. a) $\text{sen}^2x + \frac{1}{\text{sec}x} = \frac{5}{4}$; $\text{sen}^2x + \text{cos}x = \frac{5}{4}$; $1 - \text{cos}^2x + \text{cos}x - \frac{5}{4} = 0$; $4 - 4\text{cos}^2x + 4\text{cos}x - 5 = 0$;

$-4\text{cos}^2x + 4\text{cos}x - 1 = 0$. Resolviendo la ecuación $\text{cos}x = 1/2 \rightarrow \begin{cases} x = 60^\circ + 360k \\ x = 300^\circ + 360k \end{cases}$

b) $\text{cos}x - \text{tg}x = \text{sec}x$; $\text{cos}x - \frac{\text{sen}x}{\text{cos}x} = \frac{1}{\text{cos}x}$; $\text{cos}^2x - \text{sen}x = 1$; $1 - \text{sen}^2x - \text{sen}x - 1 = 0$; $-\text{sen}^2x - \text{sen}x = 0$;

$\text{sen}x(-\text{sen}x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{sen}x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0^\circ + 360k \\ x = 180^\circ + 360k \end{cases} \\ \text{sen}x = -1 \rightarrow x = 270^\circ + 360k \end{cases}$

c) $2\text{cos}x = 3\text{tg}x$; $2\text{cos}x = \frac{3\text{sen}x}{\text{cos}x}$; $2\text{cos}^2x - 3\text{sen}x = 0$; $2(1 - \text{sen}^2x) - 3\text{sen}x = 0$; $-2\text{sen}^2x - 3\text{sen}x + 2 = 0$.

Resolviendo la ecuación $\text{sen}x = \begin{cases} -2, \text{solución imposible} \\ 1/2 \rightarrow \begin{cases} x = 30^\circ + 360k \\ x = 150^\circ + 360k \end{cases} \end{cases}$

d) $3\text{sec}x - 3\text{sen}x \cdot \text{tg}x = -3$; $\frac{3}{\text{cos}x} - \frac{3\text{sen}^2x}{\text{cos}x} = -3$; $3 - 3\text{sen}^2x = -3\text{cos}x$; $3 - 3(1 - \text{cos}^2x) + 3\text{cos}x = 0$;

$3\text{cos}^2x + 3\text{cos}x = 0$; $3\text{cos}x(\text{cos}x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{cos}x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 90^\circ + 360k \\ x = 270^\circ + 360k \end{cases} \\ \text{cos}x = -1 \rightarrow x = 180^\circ + 360k \end{cases}$

e) $3\text{cosec}x - 2\text{cos}x \cdot \text{ctg}x + 3 = 0$; $\frac{3}{\text{sen}x} - \frac{2\text{cos}^2x}{\text{sen}x} + 3 = 0$; $3 - 2\text{cos}^2x + 3\text{sen}x = 0$; $3 - 2(1 - \text{sen}^2x) + 3\text{sen}x = 0$;

$2\text{sen}^2x + 3\text{sen}x + 1 = 0$; Resolviendo la ecuación $\text{sen}x = \begin{cases} -1 \rightarrow x = 270^\circ + 360k \\ -1/2 \rightarrow \begin{cases} x = 210^\circ + 360k \\ x = 330^\circ + 360k \end{cases} \end{cases}$

f) $3\text{ctg}x + 4\text{sen}x = 2\text{cos}x \cdot \text{tg}x$; $\frac{3\text{cos}x}{\text{sen}x} + 4\text{sen}x = \frac{2\text{cos}x \cdot \text{sen}x}{\text{cos}x}$; $\frac{3\text{cos}x}{\text{sen}x} + 4\text{sen}x = 2\text{sen}x$;

$3\text{cos}x + 4\text{sen}^2x = 2\text{sen}^2x$; $3\text{cos}x + 2\text{sen}^2x = 0$; $3\text{cos}x + 2(1 - \text{sen}^2x) = 0$; $-2\text{sen}^2x + 3\text{cos}x + 2 = 0$.

Resolviendo la ecuación obtenemos: $\text{cos}x = \begin{cases} 2 \text{ Solución imposible} \\ -1/2 \rightarrow \begin{cases} x = 120^\circ + 360k \\ x = 240^\circ + 360k \end{cases} \end{cases}$