

Boletín II trigonometría

1. ¿Existe un ángulo "x" tal que $\text{sen}x=1/2$ y $\text{cos}x=1/4$? Razona tu respuesta
2. ¿Puede valer el seno de un ángulo $9/8$? Razona tu respuesta
3. ¿Existe algún ángulo que cumpla $\text{sen}x=1/3$ y $\text{tg}x=1/9$? Razona tu respuesta.
4. Calcula las restantes razones trigonométricas del ángulo α : a) $\text{sen}\alpha=1/4$ y α está en el primer cuadrante; b) $\text{sen}\alpha=-1/3$ y α está en el tercer cuadrante.
5. Calcula en cada caso el valor de las demás razones trigonométricas considerando que x está en el primer cuadrante: a) $\text{sen}x=\sqrt{3}/2$; b) $\text{cos}x=0,8$; c) $\text{tg}x=2$.
6. Sabiendo que $\text{sen}\alpha = \frac{2}{3}$, y que α pertenece al 2º cuadrante halla el resto de las razones trigonométricas.
7. Sabiendo que $\text{cos}\alpha = \frac{3}{4}$ y que α pertenece al 4º cuadrante, halla el resto de las razones trigonométricas
8. Sabiendo que $\text{tg}\alpha = \frac{5}{4}$, y que α pertenece al 3º cuadrante halla el resto de las razones trigonométricas
9. Calcula el seno, el coseno, la tangente, la cotangente, la secante y la cosecante del ángulo de 1.110° relacionándolo con un ángulo agudo.
10. Dibuja los ángulos que cumplan las siguientes condiciones y calcula el valor de sus razones trigonométricas. a) $\text{sen}\alpha=-1/2$; $\text{tg}\alpha>0$; b) $\text{tg}\beta=1$; $\text{cos}\beta<0$.
11. Calcula $\text{sen}x$, $\text{tg}x$, $\text{sec}x$, $\text{cosec}x$, y $\text{cot}g x$, si $\text{cos}x=0,6$ y $\text{tg}x<0$.
12. ¿Para qué ángulos es $\text{sen}\alpha=-\text{cos}\alpha$?
13. Halla las demás razones trigonométricas en los siguientes casos:
 - a) Si el seno de α es 0,8 y el ángulo α no pertenece al primer cuadrante.
 - b) Si la tangente de α es $1/2$ y el ángulo α pertenece al tercer cuadrante.
 - c) Si $\text{sec}\alpha = -2$ y α no pertenece al tercer cuadrante.
14. Calcula en función de las razones trigonométricas de ángulos agudos conocidos las razones trigonométricas de: 120° , 135° , 150° , 180° , 210° , 225° , 240° , 270° , 300° , 315° , 330°
15. Sin utilizar la calculadora calcula las razones trigonométricas de los ángulos:
 - a) 765° b) -240°
16. Sabiendo que $\text{sen}37^\circ=0,6$. Calcula sus restantes razones trigonométricas y las razones trigonométricas de los ángulos de 53° y 143°
17. Las razones trigonométricas del ángulo de 20° son: $\text{sen}20^\circ=0,342$; $\text{cos}20^\circ=0,94$; $\text{tg}20^\circ=0,364$. Escribe las razones trigonométricas de 70° .
18. Basándote en las razones de ángulos conocidos y sin utilizar calculadora halla: a) $\text{sen}150^\circ$ b) $\text{cos}(-330)$ c) $\text{tg}315^\circ$ d) $\text{sen}225^\circ$ e) $\text{tg}(-315^\circ)$ f) $\text{tg}150^\circ$ g) $\text{sen}300^\circ$ h) $\text{cos}135^\circ$ i) $\text{tg}1305^\circ$ j) $\text{sen}(-210^\circ)$ k) $\text{cos}210^\circ$ l) $\text{tan}300^\circ$; m) $\text{sen}2655$; n) $\text{tg}(-840)$ ñ) $\text{sen}330^\circ$; o) $\text{cos}120^\circ$; p) $\text{tg}225^\circ$; q) $\text{cos}150^\circ$; r) $\text{tg}2025^\circ$; s) $\text{sen}240^\circ$; t) $\text{tg}405^\circ$; u) $\text{sen}1800^\circ$; v) $\text{tg}(-120)$; x) $\text{cos}(-210)$
19. Indica la medida de todos los ángulos x tales que se verifiquen :a) $\text{sen}x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\text{cos}x=0$;
c) $\text{tg}x=1$; d) $\text{tg}x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $\text{sen}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$
20. Sin usar calculadora halla las siguientes razones trigonométricas: a) $\text{sen}315$; b) $\text{tg}960$;
c) $\text{cos}\frac{5\pi}{2}$; d) $\text{sen}\frac{3\pi}{4}$; e) $\text{tg}\frac{\pi}{3}$
21. Con ayuda de la calculadora averigua x en los siguientes casos
 - a. $\text{tg}x=2'5$ x pertenece al primer cuadrante
 - b. $\text{sen}x=0'3$ x pertenece al 2º cuadrante
 - c. $\text{cos}x=0'6$ x pertenece al cuarto cuadrante

22. Sabiendo que $\cos \alpha = \frac{1}{4}$, y que $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .
23. Sabiendo que $\operatorname{tg} \alpha = 2$, y que $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Calcular las restantes razones trigonométricas del ángulo α .
24. Sabiendo que $\sec \alpha = 2$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, calcular las restantes razones trigonométricas
25. Expresa las razones trigonométricas de 33° en función de las de -33° .
26. Expresa el seno, coseno y tangente de 70° , 160° , 200° y 340° en función de las de 20° .
27. Sabiendo que $\operatorname{sen} x = \frac{1}{3}$ calcula las siguientes razones: a) $\cos(180-x)$; b) $\operatorname{tg}(180+x)$; c) $\operatorname{sen}(360-x)$; d) $\operatorname{ctg}(360+x)$; e) $\sec(180+x)$; $\cos(90-x)$
28. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o son falsas. Razona tu respuesta.
- La tangente es positiva en el primer y tercer cuadrante
 - El coseno es positivo en el primer y segundo cuadrante
 - $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$
 - $\sec(-120^\circ) = \sec(240^\circ)$
 - El seno de 1200° es igual al seno del ángulo de 120°
 - El ángulo de 780° tiene el mismo seno que el ángulo de 60°
 - El seno de 90° es igual a 1
 - El coseno de 180° es igual a -1
 - $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$
 - Si $\operatorname{sen} a = 1$, el ángulo a vale 90°
 - $\operatorname{tg} x = 1/\operatorname{ctg} x$
 - $\operatorname{sen} x = 1/\cos x$
 - $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$
 - En el tercer cuadrante todas las razones son negativas
 - El seno de un ángulo es igual al de su suplementario
 - El coseno de un ángulo es igual al de su complementario
 - El seno de un ángulo es siempre menor que 1
 - El coseno de un ángulo puede valer $9/8$
 - La tg de un ángulo puede valer $-9/8$
 - La secante de un ángulo puede valer $0'75$
 - El seno de un ángulo puede valer $-0'75$
 - $\operatorname{sen} x = -\operatorname{sen}(\pi-x)$
 - $\cos x = \cos(2\pi-x)$
 - $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}(\pi+x)$
 - $\operatorname{sen} x = \cos(90-x)$
 - Si $\operatorname{tg} x < 0$ y $\operatorname{sen} x < 0$ entonces x pertenece al tercer cuadrante
 - Si $\operatorname{tg} x < 0$ y $\sec x > 0$ entonces x pertenece al 4° cuadrante
29. Simplifica: $\frac{1}{\cos x} - \cos x - \operatorname{tg}^2 x \cdot \cos x$ Solución: 0
30. Simplifica: $\frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\operatorname{sen} x}$ Solución: $\operatorname{sen} x$
31. Simplifica: $\frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen}^3 \alpha}$ Solución: $\operatorname{tg} \alpha$

SOLUCIONES

- NO. $(1/2)^2 + (1/4)^2 = 1/4 + 1/16 = 5/16$ Esto contradice la propiedad fundamental, que cumplen todos los ángulos
- NO. $9/8 > 1$ y el seno de cualquier ángulo es menor que uno (y mayor que -1: propiedad fundamental)
- NO. Despejando en la fórmula de $\operatorname{tg} x = \operatorname{sen} x / \cos x$, obtenemos que $\cos x = 3$ IMPOSIBLE
- a) $\cos x = \sqrt{15}/4$, $\operatorname{tg} x = \sqrt{15}/15$; b) $\cos x = -2\sqrt{2}/3$, $\operatorname{tg} x = \sqrt{2}/4$
- a) $\cos x = 1/2$, $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$; b) $\operatorname{sen} x = 0'6$, $\operatorname{tg} x = 0'75$; c) $\operatorname{sen} x = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{5}$

6. Solución: $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \operatorname{tg} \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

7. . solución: $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}, \operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{3}$.

8. solución: $\cos \alpha = -\frac{4\sqrt{41}}{41}, \operatorname{sen} \alpha = -\frac{5\sqrt{41}}{41}$.

9. $1110^\circ = 360^\circ \cdot 3 + 30^\circ$ Por lo tanto las razones son las de 30° . $\operatorname{Sen} 1110^\circ = 1/2, \cos 1110^\circ = \sqrt{3}/2, \operatorname{tg} 1110^\circ = \sqrt{3}/3, \operatorname{cosec} 1110^\circ = 2, \operatorname{sec} 1110^\circ = 2\sqrt{3}/3, \operatorname{cotg} 1110^\circ = \sqrt{3}$

10. a) $\alpha = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ; \cos \alpha = -\sqrt{3}/2, \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}/3$ b) $\beta = 180^\circ + 45^\circ = 225^\circ$

$$\operatorname{sen} \beta = \cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

11. $\operatorname{sen} x = -0,8, \operatorname{tg} x = -4/3, \operatorname{sec} x = 5/3, \operatorname{cosec} x = -5/4, \operatorname{cotg} x = -0,75$

12. $\alpha = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ y $\alpha = 360^\circ - 45^\circ = 315^\circ$ y para sus múltiplos: $135^\circ + 360^\circ k$ y $315^\circ + 360^\circ k; k \in \mathbb{Z}$

13. a) α está en el 2° cuadrante, $\cos \alpha = -0,6, \operatorname{tg} \alpha = -4/3, \operatorname{sec} \alpha = -5/3, \operatorname{cosec} \alpha = 5/4, \operatorname{cotg} \alpha = -0,75$; b) $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}, \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}, \operatorname{cosec} \alpha = -\sqrt{5}, \operatorname{sec} \alpha = -\sqrt{5}/2, \operatorname{cotg} \alpha = 2,$

C) α está en el 2° cuadrante, $\cos \alpha = -1/2, \operatorname{sen} \alpha = \sqrt{3}/2, \operatorname{tg} \alpha = -\sqrt{3}, \operatorname{cosec} \alpha = 2\sqrt{3}/3$
 $\operatorname{cotg} \alpha = -\sqrt{3}/3$

14.

Ángulo	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°
Cuadrante	2°	2°	2°		3°	3°	3°		4°	4°	4°
Relacionado	60°	45°	30°		30°	45°	60°		60°	45°	30°
Senos	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	$-1/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-1/2$
Cosenos	$-1/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1	$-\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-1/2$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
Tangente	$-\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}/3$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}/3$

15. A) 765° Mismas razones que 45° : $\operatorname{sen} 765^\circ = \cos 765^\circ = \sqrt{2}/2, \operatorname{tg} 765^\circ = 1$

B) Mismas razones que 120° : $\operatorname{sen} -240^\circ = \sqrt{3}/2, \cos -240^\circ = -1/2, \operatorname{tg} -240^\circ = -\sqrt{3}/3$

16. $\cos 37^\circ = 0,8, \operatorname{tg} 37^\circ = 0,75 = 3/4, \operatorname{cotg} 37^\circ = 4/3$

$\operatorname{Sen} 53^\circ = 0,8, \cos 53^\circ = 0,6, \operatorname{tg} 53^\circ = 4/3$ (SON COMPLEMENTARIOS)

$\operatorname{sen} 143^\circ = 0,6, \cos 143^\circ = -0,8, \operatorname{tg} 143^\circ = -0,75$ (SON SUPLEMENTARIOS)

17. $\operatorname{Sen} 70^\circ = \cos 20^\circ = 0,94, \cos 70^\circ = \operatorname{sen} 20^\circ = 0,342, \operatorname{tg} 70^\circ = \operatorname{cotg} 20^\circ = 1/\operatorname{tg} 20^\circ = 1/0,364 = 250/91$

18. a) $\operatorname{sen} 150^\circ = \operatorname{sen} 30^\circ = 1/2$; b) $\cos(-330^\circ) = \cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$; c) $\operatorname{tg}(315^\circ) = -\operatorname{tg} 45^\circ = -1$; d) $\operatorname{sen}(225^\circ) = -\operatorname{sen} 45^\circ = -\sqrt{2}/2$; e) $\operatorname{tg}(-315^\circ) = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$; f) $\operatorname{tg} 150^\circ = -\operatorname{tg} 30^\circ = \sqrt{3}/3$; g) $\operatorname{sen}(300^\circ) = -\operatorname{sen} 60^\circ = -\sqrt{3}/2$; h) $\cos 135^\circ = -\cos 45^\circ = -\sqrt{2}/2$; i) $\operatorname{tg} 1305^\circ = \operatorname{tg} 225^\circ = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$; j) $\operatorname{sen}(-210^\circ) = \operatorname{sen}(150^\circ) = \operatorname{sen} 30^\circ = 1/2$; k) $\cos(210^\circ) = -\cos 30^\circ = -\sqrt{3}/2$; l) $\operatorname{tg}(300^\circ) = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}/2$; m) $\operatorname{sen}(2655^\circ) = \operatorname{sen}(135^\circ) = \operatorname{sen} 45^\circ = \sqrt{2}/2$; n) $\operatorname{tg}(-840^\circ) = \operatorname{tg}(-120^\circ) = \operatorname{tg}(240^\circ) = \operatorname{tg}(60^\circ) = \sqrt{3}/2$; ñ) $\operatorname{sen}(330^\circ) = -\operatorname{sen} 30^\circ = -1/2$; o) $\cos(120^\circ) = -\cos(60^\circ) = -1/2$; p) $\operatorname{tg} 225^\circ = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$; q) $\cos(150^\circ) = -\cos 30^\circ = -\sqrt{3}/2$

$= -\sqrt{3}/2$ r) $\text{tg}2025=\text{tg}225=\text{tg}45=1$ s) $\text{sen}240=-\text{sen}60=-\sqrt{3}/2$; t) $\text{tg}405=\text{tg}45=1$; u) $\text{sen}1800=\text{sen}0=0$;
v) $\text{tg}(-120)=\text{tg}240=\text{tg}(60)=\sqrt{3}/2$; x) $\text{cos}(-210)=\text{cos}(150)=-\text{cos}30=-\sqrt{3}/2$

19. :a) $\text{sen}x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ $x=240+360k$ o $x=300+360k$; b) $\text{cos}x=0$ $x=90+360k$ o $x=270+360k$

c) $\text{tg}x=1$ $x=45+360k$ o $x=225+360k$ d) $\text{tg}x=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ $x=120+360k$, $x=300+360k$

e) $\text{sen}x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ $x=225+360k$ o $x=315+360k$

20. a) $\text{sen}315=-\text{sen}45=-\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) $\text{tg}960=\text{tg}240=\text{tg}60=\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $\text{cos}\frac{5\pi}{2}=\text{cos}\frac{\pi}{2}=0$;

d) $\text{sen}\frac{3\pi}{4}=\text{Sen}\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $\text{tg}\frac{\pi}{3}=\text{tg}60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

21 a) $x=68^\circ11'55''$; b) $x=162^\circ32'33''$; c) $x=306^\circ52'12''$

22. $\text{sen}\alpha=-\frac{\sqrt{15}}{4}$; $\text{tg}\alpha=-\sqrt{15}$; $\text{sec}\alpha=4$; $\text{cosec}\alpha=-\frac{4}{\sqrt{15}}$; $\text{ctg}\alpha=-\frac{\sqrt{15}}{15}$

23. $\text{cos}\alpha=-\frac{\sqrt{5}}{5}$; $\text{sen}\alpha=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$; $\text{ctg}\alpha=1/2$; $\text{sec}\alpha=-\frac{5\sqrt{5}}{5}$; $\text{cosec}\alpha=-\frac{5\sqrt{5}}{10}$

24. $\text{cos}\alpha=1/2$; $\text{sen}\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\text{tg}\alpha=\sqrt{3}$; $\text{ctg}\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\text{cosec}\alpha=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

25. $\text{sen}(33)=-\text{sen}(-33)$; $\text{cos}(33)=\text{cos}(-33)$; $\text{tg}(33)=-\text{tg}(-33)$; $\text{sec}(33)=\text{sec}(-33)$;
 $\text{cosec}(33)=-\text{cosec}(-33)$

26. $\text{sen}(70)=\text{cos}(20)$; $\text{cos}(70)=\text{sen}(20)$; $\text{tg}(70)=\text{ctg}(20)$

$\text{Sen}(160)=\text{sen}20$; $\text{cos}(160)=-\text{cos}(20)$; $\text{tg}(160)=-\text{tg}(20)$

$\text{Sen}(200)=-\text{sen}(20)$; $\text{cos}(200)=-\text{cos}(20)$; $\text{tg}(200)=\text{tg}(20)$

$\text{Sen}(340)=-\text{sen}(20)$; $\text{cos}(340)=\text{cos}(20)$; $\text{tg}(340)=-\text{tg}(20)$

27. Primero calculamos todas las razones de x : $\text{cos}x=\frac{\sqrt{8}}{3}$; $\text{tg}x=\frac{\sqrt{8}}{8}$; $\text{sec}x=\frac{3\sqrt{8}}{8}$; $\text{cosec}x=3$; $\text{ctg}x=\sqrt{8}$.

Ahora calculamos las que pide el ejercicio

$\text{Cos}(180-x)=-\text{cos}x=-\frac{\sqrt{8}}{3}$; $\text{tg}(180+x)=\text{tg}x=\frac{\sqrt{8}}{8}$; $\text{sen}(360-x)=-\text{sen}x=-1/3$; $\text{ctg}(360+x)=\text{ctg}x=\sqrt{8}$;

$\text{sec}(180+x)=-\text{sec}x=-\frac{3\sqrt{8}}{8}$; $\text{cos}(90-x)=\text{sen}x=1/3$

28.

a) La tangente es positiva en el primer y tercer cuadrante V

b) El coseno es positivo en el primer y segundo cuadrante F (1° y 4°)

c) $\text{tg}\pi/3=\sqrt{3}$ V

d) $\text{sec}(-120^\circ)=\text{sec}(240^\circ)$ V

e) El seno de 1200° es igual al seno del ángulo de 120° V

f) El ángulo de 780° tiene el mismo seno que el ángulo de 60° V

g) El seno de 90° es igual a 1 V

h) El coseno de 180° es igual a -1 V

i) $\text{tg}45^\circ=1$ V

j) Si $\text{sen}a=1$, el ángulo a vale 90° F ($90+360k$)

k) $\text{tg}x=1/\text{ctg}x$ V

l) $\text{sen}x=1/\text{cos}x$ F ($1/\text{cos}x=\text{sec}x$)

m) $\text{tg}x.\text{ctg}x=1$ (V son inversas)

n) En el tercer cuadrante todas las razones son negativas (F tg y ctg son positivas)

ñ) El seno de un ángulo es igual al de su suplementario V

o) El coseno de un ángulo es igual al de su complementario F ($\text{cos}x=\text{sen}(90-x)$)

p) El seno de un ángulo es siempre menor que 1 F ($-1\leq\text{sen}x\leq 1$)

q) El coseno de un ángulo puede valer $9/8$ F ($-1\leq\text{cos}x\leq 1$)

r) La tg de un ángulo puede valer $-9/8$ V (la tg puede tomar cualquier valor)

- s) La secante de un ángulo puede valer 0'75 (F la secante es menor o igual que -1 o mayor o igual que 1)
- t) El seno de un ángulo puede valer - 0'75 V($-1 \leq \text{sen}x \leq 1$)
- u) $\text{sen}x = -\text{sen}(\pi - x)$ F(son iguales)
- v) $\cos x = \cos(2\pi - x)$ V
- w) $\text{tg}x = \text{tg}(\pi + x)$ V
- x) $\text{sen}x = \cos(90 - x)$ V
- y) Si $\text{tg}x < 0$ y $\text{sen}x < 0$ entonces x pertenece al tercer cuadrante F (al cuarto)
- z) Si $\text{tg}x < 0$ y $\text{sec}x > 0$ entonces x pertenece al 4º cuadrante V

$$29. \frac{1}{\cos x} - \cos x - \text{tg}^2 x \cdot \cos x = \frac{1}{\cos x} - \cos x - \frac{\text{sen}^2 x}{\cos^2 x} \cdot \cos x = \frac{1}{\cos x} - \cos x - \frac{\text{sen}^2 x}{\cos x} =$$

$$= \frac{1}{\cos x} - \frac{\cos^2 x + \text{sen}^2 x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\cos x} = 0$$

$$30. \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{\text{sen}x} = \frac{1 - \cos^2 x}{\text{sen}x} = \frac{\text{sen}^2 x}{\text{sen}x} = \text{sen}x$$

$$31. \frac{\cos \alpha - \cos^3 \alpha}{\text{sen} \alpha - \text{sen}^3 \alpha} = \frac{\cos \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{\text{sen} \alpha (1 - \text{sen}^2 \alpha)} = \frac{\cos \alpha \cdot \text{sen}^2 \alpha}{\text{sen} \alpha \cdot \cos^2 \alpha} = \frac{\text{sen} \alpha}{\cos \alpha} = \text{tg} \alpha$$