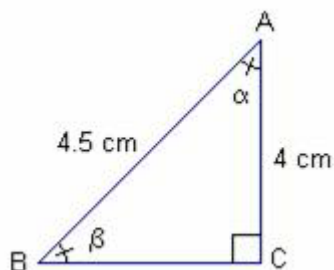


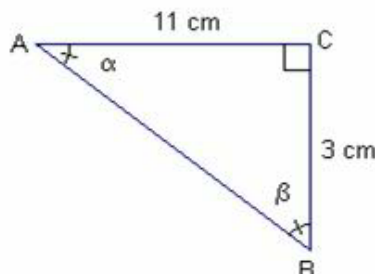
## REPASO DE TRIGONOMETRÍA I

### EJERCICIOS:

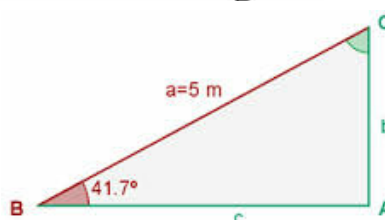
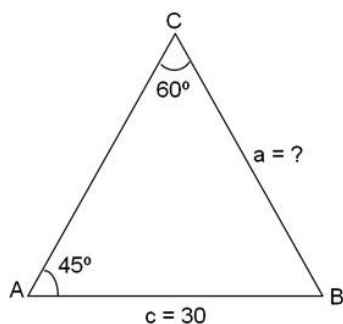
1. Convierte a radianes los siguientes ángulos: a)  $0^\circ$ , b)  $90^\circ$ , c)  $180^\circ$ , d)  $270^\circ$ , e)  $45^\circ$ , f)  $60^\circ$ , g)  $-120^\circ$ , h)  $-270^\circ$
2. Convierte en grados los siguientes ángulos: a)  $2\pi/3$  rad; b)  $\pi/12$  rad; c)  $3\pi/6$  rad
3. Calcula las razones trigonométricas de los ángulos agudos de las siguientes figuras: a):



b)



4. En el siguiente triángulo calcula los lados b y c



5. En el triángulo anterior calcula el lado a

6. Si nos situamos a 40 m. de la chimenea de una fabrica la vemos bajo un ángulo de  $26^\circ$ , ¿qué altura tiene?. Considera que los ojos del observador están situados a 175cm del suelo.
7. Una barca está atada al lado de un canal con una cuerda que mide 8 m. En cierto momento la cuerda forma un ángulo de  $38^\circ$  con el borde del canal. ¿A qué distancia del borde se encuentra la barca?
8. En un triángulo rectángulo los catetos miden 14 cm y 8 cm, respectivamente. Halla la medida de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa del triángulo.
9. Emplea la calculadora para determinar en grados y radianes los ángulos agudos cuyas razones trigonométricas son las siguientes: a)  $\cos A = 0,3453$ ; b)  $\operatorname{tg} B = 2,3688$ ;  $\operatorname{sen} C = 0,0968$
10. Resuelve los triángulos ABC considerando que el ángulo A es recto: a)  $b = 7\text{cm}$ ,  $B = 48^\circ$  B)  $c = 12\text{ cm}$ ,  $B = 28^\circ$ ; c)  $a = 6$   $C = 42^\circ 12'$ ; d)  $b = 8$ ,  $a = 10$
11. Sitúa en la circunferencia goniométrica los siguientes ángulos y di el signo de sus razones trigonométricas: a)  $125$ , b)  $195$ , c)  $82$ , d)  $300$
12. Si  $\cos \alpha = 5/7$ , halla los valores de las restantes razones trigonométricas de  $\alpha$
13. Sin hallar el ángulo, calcula las razones trigonométricas de un ángulo del que conocemos: a)  $\operatorname{sen} \alpha = 1/4$ ; b)  $\operatorname{tg} \alpha = 0,49$  c)  $\operatorname{sec} \alpha = -2$  d)  $\operatorname{ctg} \alpha = -2,5$  y  $\alpha \in 4^\circ$  cuadrante e)  $\operatorname{cosec} \alpha = -1,90$  y  $\alpha \in 3^{\text{er}}$  cuadrante f)  $\operatorname{tg} \alpha = 1$  y  $\alpha \in 3^{\text{er}}$  cuadrante; g)  $\operatorname{sen} \alpha = 1/2$  y  $\alpha \in 2^\circ$  cuadrante
14. Si  $\operatorname{sec} \alpha = -\frac{4}{\sqrt{5}}$  y  $\alpha < 180$  calcula:  $\operatorname{tg} \alpha$  y  $\operatorname{sen} \alpha$

## REPASO DE TRIGONOMETRÍA I

15. Expresa en función de un ángulo agudo las siguientes razones trigonométricas:  
a)  $\operatorname{sen} 150^\circ$ ; b)  $\operatorname{cos} 132^\circ$ ; c)  $\operatorname{tg} 210^\circ$ ; d)  $\operatorname{sec} 225^\circ$ ; e)  $\operatorname{ctg} 350^\circ$ ; f)  $\operatorname{cosec} 300^\circ$ ; g)  $\operatorname{sen} 654^\circ$  h)  $\operatorname{tg} 750^\circ$ ; i)  $\operatorname{sen}(-22^\circ)$ ; j)  $\operatorname{cos}(-140^\circ)$ ; k)  $\operatorname{tg}(-240^\circ)$
16. Sabiendo que  $\operatorname{sen} \alpha = 3/4$  y que  $\alpha \in 1^{\text{er}}$  cuadrante, calcula: a)  $\operatorname{tg}(180-\alpha)$ ; b)  $\operatorname{cos}(180+\alpha)$ ; c)  $\operatorname{sen}(90-\alpha)$ ; d)  $\operatorname{sec}(360-\alpha)$
17. Determina el seno, coseno y tangente de los siguientes ángulos, sin utilizar calculadora  
a)  $240^\circ$  b)  $135^\circ$  c)  $315^\circ$  d)  $720^\circ$
18. La tangente de un ángulo agudo  $\alpha$  vale  $3/2$ . Calcula  $\operatorname{sen} \alpha$  y  $\operatorname{cos} \alpha$  expresando los resultados mediante fracciones y radicales.
19. La tangente de un ángulo agudo  $\alpha$  vale  $\sqrt{2}$ . Calcula el  $\operatorname{sen} \alpha$  y  $\operatorname{cos} \alpha$  dando los resultados mediante expresiones radicales
20. Responde a las siguientes preguntas y razones la respuesta:  
a) ¿Puede el coseno de un ángulo del segundo cuadrante valer  $1/2$ ?  
b) ¿Puede el seno de un ángulo del segundo cuadrante valer  $13/12$ ?  
c) ¿Puede la tangente de un ángulo del tercer cuadrante valer  $12/13$ ?  
d) ¿Puede la tangente de un ángulo del cuarto cuadrante valer  $13/12$ ?  
e) ¿Puede el coseno de un ángulo del cuarto cuadrante valer  $2$ ?
21. A partir de las razones de  $30^\circ$  y  $45^\circ$  calcula el seno, coseno y tangente de  $75^\circ$ ,  $15^\circ$  y  $22'5''$
22. Calcula el seno, coseno y tangente de  $105^\circ$  y  $195^\circ$  sin utilizar calculadora.
23. Calcula el seno, coseno y tangente de  $67^\circ 30'$  a partir de las razones de  $45^\circ$
24. Demuestra las siguientes identidades: a)  $1 + \operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen}(\alpha + 45^\circ) \operatorname{cos}(\alpha - 45^\circ)$ ;  
b)  $\operatorname{cos} 2\alpha = 2 \operatorname{sen}(\alpha + 45^\circ) \operatorname{cos}(\alpha + 45^\circ)$

### Soluciones:

1. a) rad; b)  $\pi/2$  rad; c)  $\pi$  rad; d)  $3\pi/2$  rad; e)  $\pi/4$  rad; f)  $\pi/3$  rad; g)  $-2\pi/3$  rad h)  $-3\pi/2$  rad
2. a)  $120^\circ$ ; b)  $15^\circ$ ; c)  $90^\circ$
3. a)  $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{cos} \beta = 0'4577$ ;  $\operatorname{cos} \alpha = \operatorname{sen} \beta = 0'8$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta = 0'515$ ;  
 $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = 1'941$ ;  $\operatorname{seca} = \operatorname{cosec} \beta = 1'125$ ;  $\operatorname{coseca} = \operatorname{sec} \beta = 2'1844$   
b)  $\operatorname{sen} \alpha = \operatorname{cos} \beta = 0'26$ ;  $\operatorname{cos} \alpha = \operatorname{sen} \beta = 0'9649$ ;  $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{ctg} \beta = 0'2727$ ;  
 $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \beta = 3'6$ ;  $\operatorname{seca} = \operatorname{cosec} \beta = 1'036$ ;  $\operatorname{coseca} = \operatorname{sec} \beta = 3'8$
4. B =  $3'326$ ; c =  $3'7331$
5. a =  $24'49$
6. altura =  $19'51 + 1'75 = 21'26\text{m}$
7. Distancia =  $4'92\text{m}$
- 8
9. a)  $69^\circ 47' 59''$ ;  $1'2182$  rad; b)  $67^\circ 6' 45''$ ;  $1'1713$  rad; c)  $5^\circ 33' 17''$ ;  $0'0969$  rad
10. a) lado a =  $9'41\text{cm}$ ; lado c =  $6'3028\text{cm}$ ;  $\hat{C} = 42^\circ$ ; b) lado b =  $6'3805\text{cm}$ ; lado a =  $13'59\text{cm}$ ;  $\hat{C} = 62^\circ$   
c) lado c =  $4'03\text{cm}$ ; lado b =  $4'44\text{cm}$ ;  $\hat{B} = 47^\circ 48'$ ; d) lado c =  $6\text{ cm}$ ;  $\hat{C} = 53^\circ 7' 48''$ ;  $\hat{B} = 36^\circ 52' 12''$
11. a)  $2^\circ$  cuadrante:  $\operatorname{sen}+$ ,  $\operatorname{cos}-$ ,  $\operatorname{tg}-$ ,  $\operatorname{ctg}-$ ,  $\operatorname{sec}-$ ,  $\operatorname{cosec}+$   
b)  $3^{\text{er}}$  cuadrante:  $\operatorname{sen}-$ ,  $\operatorname{cos}-$ ,  $\operatorname{tg}+$ ,  $\operatorname{ctg}+$ ,  $\operatorname{sec}-$ ,  $\operatorname{cosec}-$   
c)  $1^{\text{er}}$  cuadrante: todas las razones positivas  
d)  $4^\circ$  cuadrante:  $\operatorname{sen}-$ ,  $\operatorname{cos}+$ ,  $\operatorname{tg}-$ ,  $\operatorname{ctg}-$ ,  $\operatorname{sec}+$ ,  $\operatorname{cosec}-$

REPASO DE TRIGONOMETRÍA I

$$12. \operatorname{coseca} = 5/7 \Rightarrow \begin{cases} \sec a = 7/5 \\ \operatorname{sena} = \pm \frac{2\sqrt{6}}{7} \\ \operatorname{tga} = \pm \frac{2\sqrt{6}}{5} \\ \operatorname{ctga} = \pm \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ \operatorname{coseca} = \pm \frac{7}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$13. a) \operatorname{sena} = 1/4 \Rightarrow \begin{cases} \cos a = \pm \frac{\sqrt{15}}{4} \\ \operatorname{tga} = \pm \frac{1}{\sqrt{15}} \\ \operatorname{ctga} = \pm \sqrt{15} \\ \sec a = \pm \frac{4}{\sqrt{15}} \\ \operatorname{coseca} = 4 \end{cases}$$

$$b) \operatorname{tga} = 0'49 \Rightarrow \begin{cases} \cos a = \pm 0'8979 \\ \operatorname{sena} = \pm 0'4399 \\ \operatorname{ctga} = 2'0408 \\ \sec a = \pm 1'1137 \\ \operatorname{coseca} = \pm 2'2728 \end{cases} ;$$

$$c) \operatorname{coseca} = -2 \Rightarrow \begin{cases} \cos a = -1/2 \\ \operatorname{sena} = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \operatorname{tga} = \pm \sqrt{3} \\ \operatorname{ctga} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \operatorname{coseca} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$d) \operatorname{ctga} = -2'5 \Rightarrow \begin{cases} \cos a = \pm 0'9282 \\ \operatorname{sena} = -0'3713 \\ \sec a = 1'0772 \\ \operatorname{coseca} = -2'6932 \\ \operatorname{tga} = -0'4 \end{cases} ;$$

$$e) \operatorname{coseca} = -1'9 \Rightarrow \begin{cases} \operatorname{sena} = -0'5263 \\ \cos a = -0'8502 \\ \sec a = -1'1761 \\ \operatorname{tga} = 0'6189 \\ \operatorname{ctga} = 1'6156 \end{cases}$$

$$f) \operatorname{tga} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \cos a = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \operatorname{sena} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \operatorname{ctga} = 1 \\ \sec a = -\sqrt{2} \\ \operatorname{coseca} = -\sqrt{2} \end{cases} ;$$

$$g) \operatorname{sena} = 1/2 \Rightarrow \begin{cases} \cos a = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \operatorname{tga} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ \operatorname{ctga} = -\sqrt{3} \\ \sec a = -\frac{2}{\sqrt{3}} \\ \operatorname{coseca} = 2 \end{cases}$$

$$14. \operatorname{coseca} = -\frac{4}{\sqrt{5}} \Rightarrow \begin{cases} \cos a = -\frac{\sqrt{5}}{4} \\ \operatorname{sena} = \frac{\sqrt{11}}{4} \\ \operatorname{tga} = -\sqrt{\frac{11}{5}} \end{cases}$$

15. a)  $\operatorname{sen}150^\circ = \operatorname{sen}30^\circ$ ; b)  $\operatorname{cos}132^\circ = -\operatorname{cos}48^\circ$ ; c)  $\operatorname{tg}210^\circ = \operatorname{tg}30^\circ$ ; d)  $\operatorname{sec}225^\circ = -\operatorname{sec}45^\circ$ ,  
 e)  $\operatorname{ctg}350^\circ = -\operatorname{ctg}10^\circ$ ; f)  $\operatorname{cosec}300^\circ = -\operatorname{cosec}60^\circ$ ; g)  $\operatorname{sen}654^\circ = -\operatorname{sen}66^\circ$ ; h)  $\operatorname{tg}750^\circ = \operatorname{tg}30^\circ$ ;  
 i)  $\operatorname{sen}(-22^\circ) = -\operatorname{sen}22^\circ$ ; j)  $\operatorname{cos}(-140^\circ) = \operatorname{cos}220^\circ = -\operatorname{cos}40^\circ$ ; k)  $\operatorname{tg}(-240^\circ) = \operatorname{tg}120^\circ = -\operatorname{tg}60^\circ$

$$16. \operatorname{sena} = 3/4 \Rightarrow \begin{cases} \cos a = \frac{\sqrt{7}}{4} \\ \operatorname{tga} = \frac{3}{\sqrt{7}} \\ \sec a = \frac{4}{\sqrt{7}} \end{cases} \Rightarrow a) \operatorname{tg}(180-a) = -\operatorname{tga} = -\frac{3}{\sqrt{7}}; b) \operatorname{cos}(180+a) = -\operatorname{cosa} = -\frac{\sqrt{7}}{4} ;$$

REPASO DE TRIGONOMETRÍA I

c)  $\text{sen}(90-a)=\text{cosa}=\frac{\sqrt{7}}{4}$ ; d)  $\text{sec}(360-a)=\text{seca}=\frac{4}{\sqrt{7}}$

17. a)  $\text{sen } 240=-\text{sen}60=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\text{cos}240=-\text{cos}60=-1/2$ ;  $\text{tg}240=\text{tg}60=\sqrt{3}$

b)  $\text{sen}135=\text{sen}45=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\text{cos}135=-\text{sen}45=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\text{tg}135=-\text{tg}45=-1$

c)  $\text{sen } 315=-\text{sen}45=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\text{cos}315=\text{cos}45=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ;  $\text{tg}315=-\text{tg}45=-1$

d)  $\text{sen}720=\text{sen}0=0$ ;  $\text{cos}720=\text{cos}0=1$ ;  $\text{tg}720=\text{tg}0=0$

18.  $\text{sen}a = \pm 3/\sqrt{13}$ ;  $\text{cosa}=\pm 2/\sqrt{13}$

19.  $\text{Sen}a = \pm \frac{\sqrt{2}}{3}$ ;  $\text{cosa}=\pm \frac{1}{3}$

20a) No. En el segundo cuadrante el coseno es negativo; b) No. Los vaores del seno de un ángulo han de estar comprendidos en el intervalo  $[-1,1]$  y  $13/12 > 1$ ; c) Si. La tangente en el tercer cuadrante es positiva y puede tomar cualquier valor mayor que cero; d) No. La tangente en el cuarto cuadrante es negativa; e) No. El coseno toma valores comprendidos en el intervalo  $[-1,1]$

21.  $\text{sen}75^\circ = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ;  $\text{cos}75^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ;  $\text{tg}75^\circ = \frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$

$\text{sen}15^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$ ;  $\text{cos}15^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ ;  $\text{tg}15^\circ = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}}$

$\text{sen}22'5^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ ;  $\text{cos}22'5^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ ;  $\text{tg}22'5^\circ = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}}$

22.  $\text{Sen}105^\circ = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ ;  $\text{cos}105^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ;  $\text{tg}105^\circ = 2 + \sqrt{3}$

$\text{Sen}195^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ ;  $\text{cos}195^\circ = \frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ;  $\text{tg}195^\circ = 2 - \sqrt{3}$

23.  $\text{Sen } 67'5^\circ = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}} + \sqrt{4-2\sqrt{2}}}{4}$ ;  $\text{cos } 67'5^\circ = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}} - \sqrt{4-2\sqrt{2}}}{4}$ ;  $\text{tg}67'5^\circ = \frac{\sqrt{4+2\sqrt{2}} + \sqrt{4-2\sqrt{2}}}{\sqrt{4+2\sqrt{2}} - \sqrt{4-2\sqrt{2}}}$