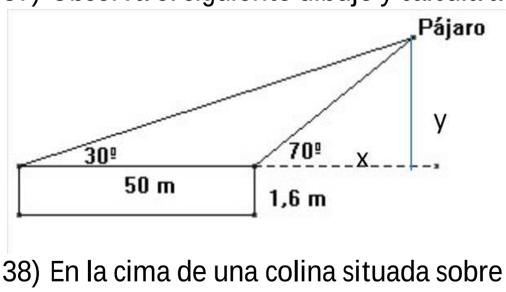
EJERCICIOS TRIGONOMETRÍA BOLETÍN II (soluciones al final)

1) Halla las razones trigonométricas de los ángulos agudos de los triángulos rectángulos indicados a continuación a) 5,4 y 3 cm b) 8,10 y 6 cm c) 5, 12 y 13 cm d) 16, 34 y 30cm
2) Averigua los ángulos $\hat{A}$, $\hat{B}$ y $\hat{C}$ sabiendo:
   a) tg $\hat{A}$ = 2'5 b) sen $\hat{B}$ = 0'3 c)sen $\hat{C}$ = 0'6
3) Utilizando la calculadora, halla las siguientes rezones trigonométricas redondeando a 4 decimales: a)sen 34º 35' 57"; b) cos 85º 7' 23"; c)tg 87º 33";ª d)sen 43º 35'
4) Utilizando la calculadora, halla los ángulos de las siguientes razones trigonométricas:
   a) sen α = 0,3456; b)cos α = 0,5555; c)tg α = 1,4572 ; d)cos α = 0,25; e) sen α = 0,0525
5) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: uno de sus ángulos, B = 37º, y su hipotenusa, a = 5'2 m.
6) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: uno de sus ángulos B = 29º, y el cateto opuesto, b = 4'5 m.
7) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: la hipotenusa, a = 5'7m, y un cateto, b = 4'6m.
8) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conoce: los dos catetos, b = 3'5m y c = 2'8m.
9) Las bases de un trapecio isósceles miden 7 y 4 metros; su altura mide 5 metros. Halla los ángulos del trapecio. .
10) En un triángulo rectángulo ABC la hipotenusa a = 14 y el seno B= 0,75. Resuelve el triángulo.
11) En un triángulo rectángulo ABC el cateto b = 14 y el seno C= 0,68. Resuelve el triángulo.
12) En un triángulo rectángulo ABC la hipotenusa a = 84 y la tangente B= 1,25. Resuelve el triángulo.
13) En un triángulo rectángulo ABC el cateto c = 64 y la tangente B= 1,25. Resuelve el triángulo.
14) En un triángulo rectángulo ABC el cateto b = 64 y el coseno C = 0,32. Resuelve el triángulo.
15) Calcula la longitud de la sombra de un abeto de 24 m de altura cuando la inclinación de los rayos del sol sea 23°.
16) Los extremos de las ramas de un compás distan 6 cm y cada rama mide 14 cm. Halla el ángulo que forman las dos ramas.
17) Halla la altura de un edificio que proyecta una sombra de 56 m. a la misma hora que un árbol de 21 m. proyecta una sombra de 24 m.
18) Un poste vertical de 3 m proyecta una sombra de 2 m; ¿qué altura tiene un árbol que a la misma hora proyecta una sombra de 4,5 m?
19) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conocen: uno de sus ángulos, B = 51º, y el cateto contiguo, c = 7'3m.
20) Halla los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo del que se conocen: la hipotenusa, a = 4'6m, y un cateto, c = 3'1m.
21) De un rombo ABCD se conocen la diagonal $\overline{AC}$ = 4m. y el lado $\overline{AB}$ = 5m. Halla los ángulos del rombo y su otra diagonal. .

22) Desde un cierto punto del terreno se mira a lo alto de una montaña y la visual forma un ángulo de 50º con el suelo. Al alejarse 200 m de la montaña, la visual forma 35º con el suelo. Halla la altura, h, de la montaña. Solución: 339'6 m.
23) Desde un barco se ve el punto más alto de un acantilado con un ángulo de 74º. Sabiendo que la altura del acantilado es de 200 m, ¿a qué distancia se halla el barco del pie del acantilado?
24) Si la sombra de un poste es la mitad de su altura, ¿qué ángulo forman los rayos del sol con el horizonte?
25) En un triángulo isósceles el lado correspondiente al ángulo desigual mide 7,4 m y uno de los ángulos iguales mide 63º. Halla la altura y el área.
26) Desde un punto A del suelo se observa una torre, PQ, y se la ve bajo un ángulo $\propto$ = 31º. Se avanza 40 m. en dirección a la torre, se mira y se la ve, ahora, bajo un ángulo β = 58º. Halla la altura h de la torre y la distancia de A al pie, Q, de la torre.
27) Si las dos ramas de un compás forman un ángulo de 50° y cada rama tiene 12 cm de longitud, halla el radio de la circunferencia que puede trazarse.
28) Trazamos una circunferencia de 8 cm de radio cuando las ramas de un compás forman un ángulo de 60º ¿Cabrá este compás en una caja rectangular de 8 cm de diagonal?
29) Un hombre conduce 300 m por una carretera recta con una pendiente del 14%. Halla a qué altura se encuentra respecto del punto de partida.
30) Una escalera de mano está apoyada contra la pared de un edificio. Del pie de la escalera al edificio hay 12 m. La escalera forma con el suelo un ángulo de 70°. Halla la longitud de la escalera y la altura respecto del suelo del extremo superior de la citada escalera.
31) Un árbol proyecta una sombra de 18 m sobre el plano horizontal en que está situado, cuando los rayos del sol inciden con un ángulo de 20°. Halla la altura del árbol.
32) Halla la apotema de un polígono regular de 8 lados sabiendo que cada lado mide 12 cm. Halla el área de dicho polígono.
33) Una cometa está unida al suelo por un hilo de 100 m, que forma con un terreno llano un ángulo de 55°. Suponiendo que el hilo está tirante, halla a qué altura, respecto del suelo, está la cometa.
34) En una circunferencia de 6 m de radio se unen dos de sus puntos con una cuerda de 4 m. Halla la medida del ángulo central correspondiente a la citada cuerda
35) Halla el ángulo que forman las tangentes a una circunferencia de radio 3 cm trazadas desde un punto situado a 10 cm de su centro.
36) Halla la altura de un poste situado sobre un plano horizontal sabiendo que desde un cierto punto de dicho plano se ve bajo un ángulo de 23° y que desde otro punto del mismo plano 15 m más próximo que el primero se ve bajo un ángulo de 35°
37) Observa el siguiente dibujo y calcula a qué altura del suelo se encuentra el pájaro.



38) En la cima de una colina situada sobre un terreno llano hay colocado un poste PQ de 8 m de altura. Desde un punto A, en el terreno llano, los ángulos de elevación del extremo

superior Q y del extremo inferior P del citado poste son, respectivamente, 41° y 40°. Halla la altura de la colina, con la máxima exactitud que puedas.

39) Desde un cierto punto A de un terreno llano, en el que está situado un abeto, se ve éste bajo un ángulo de 60°. Halla bajo qué ángulo se verá situándonos en un punto B del citado terreno tal que la distancia de B al pie del abeto sea la mitad que la de A.
40) Una moto circula 800 m por una carretera recta con una pendiente del 8%. Halla cuanto ha aumentado su altura, respecto del punto de partida.
41) Una casa tiene 5 pisos. La altura de cada piso es de 3,5 m. Estoy colocado a 6 m de esta medidos en la horizontal. ¿Con que ángulo veo la parte más alta de cada piso?
42) Halla las razones trigonométricas de los ángulos de 30 º y de 60º. Ayúdate de un triángulo equilátero.
43) Halla las razones trigonométricas del ángulo de 45 º. Ayúdate de un cuadrado
44) Calcula la profundidad de un pozo de 2 m de ancho si desde arriba vemos el borde opuesto del fondo con un ángulo de 60º. (No utilizar calculadora para el cálculo de las razones trigonométricas necesarias)
45) Desde un acantilado, situado a 32 m sobre el nivel del mar, se divisan dos embarcaciones. Halla la distancia de las mismas al pie del acantilado si los respectivos ángulos de las visuales son de 30º y 60º respectivamente. (No utilizar calculadora para el cálculo de las razones trigonométricas necesarias)
46) Calcula las restantes razones trigonométricas de los ángulos □, □□, □□y □□sabiendo que sen □ = 4/7 b) cos □□= 1/3 c) tg □□= 7/6 d) tg □□= ½
47) Resuelve los siguientes apartados:
    a) Si cos $\hat{A}$ = 1/2 ; calcula sen $\hat{A}$ y tg $\hat{A}$
    b) Si sen $\hat{A}$ = 4/5; calcula cos $\hat{A}$ y tg $\hat{A}$
48) Calcula el seno y el coseno de un ángulo cuya tangente vale 0'7.
49) Completa en tu cuaderno la siguiente tabla, haciendo uso de las relaciones fundamentales:

sen α	0,94		4/5			
cos α		0,82			$\sqrt{3}/2$	
tg α				3,5		1

En las operaciones que te aparezcan radicales, trabaja con ellos; no utilices su expresión decimal.

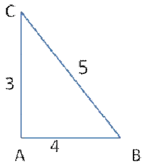
50) Calcula el valor exacto de las razones trigonométricas que faltan y el ángulo α:

sen α	1/3		
cos α		$\sqrt{2}/3$	
tg α			2
α			

Soluciones

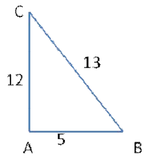
1. a) senB=3/5; cosB=4/5; tgB=3/4; ctgB=4/3; secB=5/4; cosecB=5/3

SenC=4/5; cosC=3/5; tgC=4/3; ctgC=3/4; secB=5/3; cosecC=5/4



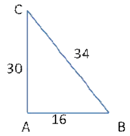
b) El ejercicio tiene las mismas soluciones al ser los triángulos semejantes por tener sus lados proporcionales.

1c) SenB=12/13; cosB=5/13; tgB=12/5; ctgB=5/12; secB=13/5; cosecB=13/12



senC=13/12; cosC=12/13; tgC=5/12: ctgC=12/5; secC=13/12; cosecC=13/5

1d) senB=30/34=15/17; cosB=16/34=8/17; tgB=30/16=15/8; ctgB=16/30=8/15; secB=17/8; cosecB=17/15



senC=8/17; cosC=15/17; tgC=8/15; ctgC=15/8; secC=17/15; cosecC=17/8

2) a) Sol: 68º 11’ 55”; b) Sol: 17º 27’ 27”; c) Sol: 36º 52’ 12”

3) a) Sol: 0,5678; b) Sol: 0,0850; c) Sol: 19,1397; d) Sol: 0,6894

4) a) Sol: α = 20º 13’ 7”; b) Sol: α = 56º 15’ 17”; c) Sol: α = 55º 32’ 24”; d) Sol: α = 75º 31’ 21”
e)Sol: α = 3º 34”

5)Sen37=b/5’2; b=3’13m; cos37=c/5’2, c=4’15m

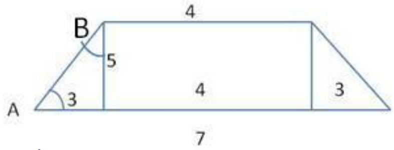
6. Sen29=4’5/a; a=9’29m; cos 29=c/9’29, c=8’12; C=90º-29º=61º

7. SenB=4’6/5’7, B=Inv sen (4’6/5’7)= 53º48’19’’; C=90º-53º48’19’’=36º11’40’’; tg(53º48’1900)=4’6/c; c=3’37m.

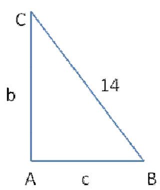
8.tgB=3’5/2,8; B=INV Tg(3’5/2’8)=51º20’24’’; C=90º-B=38º39’35’’; Sen(51º20’24’’)=3’5/a; a=4’48m

9. tg A= 5/3; A== 73º18’27”

tgB=3/5; B=16º41’. El ángulo del trapecio medirá B+90º=106º41’

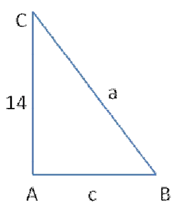


10. senB=b /14; b=0’75.14=10’5
B=arcsen0’75=48º35º’25’’; C=90-B=41º24’34’’



senC=0’66=c/14; c=0’66.14=9’24

11. senC=0’68; c=arcsen0’68=42º50’37’’; B=90-C=47º9’23’’
cosC=14/a;a=14/cosC=; a=19’094. senC=0’68=c/19’094; c=19’094.senc=12’98



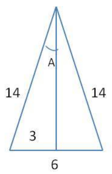
12. TgB=1´25; B=arctg1’25=51º20’24’’; C=90-B=38º39’36’’; senB=b/84; b=84.sen51º20’24’’=65’59; cosB=c/84; c=84.cos51º20’24’’=52’47

13. tgB=1’25; B=arctg1’25=51º20’24’’; C=90-B=38º39’36’’. CosB=64/hip; hip=64/cos51º20’24’’=102’44; seB=b/102’44; b=102’44.sen51º20’24’=79’99

14. cosc=0’32=64/hip; hip=64’32=200; C=arcsen0’32=71º20’13’’; B=90-c=18º39’47’’;

Senc=c/200, c=200.sen71º20’13’’=189’48

15.tg23=24/x; x=24/tg23=56’54m

16. 

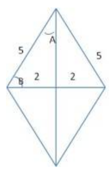
senA=3/14; a=arcsen3/14=12º22’25”; el ángulo pedido es 2ª=24º44’50”

17. Sol: 49 m

18. Sol: 6,75 m

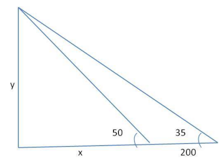
19.Sol: C 39º; b=9’01m, a=11’6m

20. Solución: b = 3’40m, B = 47º37’24”, C = 42º22’35”.

21. 

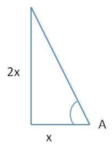
senA=2/5; a=arcsen2/5=23º34’41”; el ángulo del rombo es 2A=47º9’22”

CosB=2/5; B=arccos(2/5)=66º25’18”; el ángulo del rombo es 2B=132º50’37”

22. 

tg50=y/x; y=xtg50=1’2x; tg35=y/200+x; sustituyendo y queda : tg35=$\frac{1'2x}{200+x}$; 0’7=$\frac{1'2x}{200+x}$; operando 0’7.x+0’7.200=1’2x; 1’2x-0’7x=140; 0’5x=140 ; x=140/0’5=280 y por tanto la altura=y=1’2x=1’2.280=336m

23. Sol 57’35m

24. 

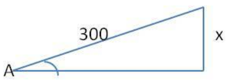
tgA=$\frac{2x}{x} = 2$; A=arctg2=63º26’6’’

25. Se traza la altura que divide el lado desigual en 2 partes iguales, cada una de ellas mide 7’4:2=3’7. Entonces tg(63)=h/3’7; h=3’7.tg63=7’26m; S=$\frac{basexaltura}{2} = \frac{7'7'26}{2} = 26'86$m^2

26. Se hace igual que el 23. Solución: distancia al pie de la torre=64m; altura de la torre=38’4m

27. sen25=$\frac{x/2}{12}$; x=10’14cm

28.Como los dos lados del compás son iguales el triángulo es isósceles y por tanto los dos ángulos que faltan son iguales. 180-60=120, 120:2 =60º mide cada uno de los ángulos. Al tener los 3 ángulos iguales el triángulo es equilátero y por tanto los lados del compás miden 8 cm. En consecuencia cabe en la caja.

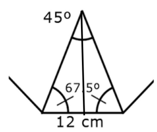
29. 

El significado de que la carretera tenga un 14% de pendiente es que por cada 100 m que avanzamos en horizontal subimos 14 m en altura. Podemos hallar entonces el ángulo que forma la carretera con la horizontal: tgA=14/100; A=arctg(14/100)=7º58'20''; Sen7º58'20''=x/300; x=41'59m

30.Sol: longitud escalera: 35'085m; altura respecto al suelo: 32'969m

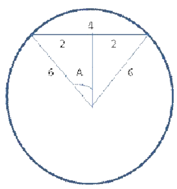
31.Sol: altura del árbol=6'551m

32. Primero debemos hallar los ángulos del polígono. Para ello, dividimos el polígono desde el centro en 8 triángulos iguales como indica la figura: Cada uno de los ángulos de esos triángulos mide 180º, por tanto en total los ángulos miden 180ºx8=1440, los ángulos de esos triángulos son la suma de todos los ángulos del polígono más los de la circunferencia central, en consecuencia la suma de los ángulos del polígono valdrá 1440-360=1080, como son 8 ángulos todos iguales cada uno medirá 1080:8=135º. Consideremos ahora uno solo de esos triángulos:

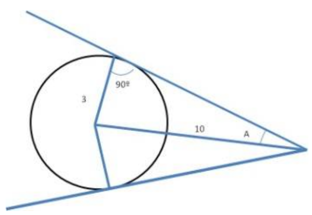


Cada uno de los ángulos que forma el radio con el lado del polígono medirá la mitad del ángulo del polígono por tanto 135º:2=67'5º, si trazamos la apotema esta dividirá al lado en dos partes iguales. Por tanto, tg 67'5º=ap/6; ap=14'48m. Área=$\frac{perímetroxapotema}{2}$ = $\frac{8.12.14'48}{2}$ = 695´05m^2

33. Sen55=x/100; x=81'91m

34. 

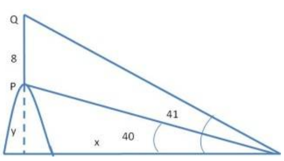
senA=2/6; A=19º28'16''; 2A=38º56'32''

35. 

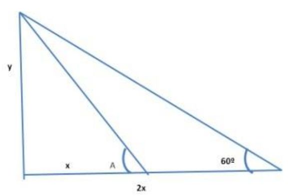
Dado que el radio es perpendicular a la tangente en el punto de contacto, cada uno de los triángulos que e ven en la figura son rectángulos. En consecuencia senA=3/10; A=arcsen(3/10)=17º27'27''. Y el ángulo que forman las tangentes será 2A=34º54'54''

36. tg35=y/x, tg23=y/(x+15). Resolviendo x=22'5m y=15'75m

37. tg70=y/x; tg30=$\frac{y}{x+50}$; resolviendo y=36'57 y la altura será y+1'6=38'17m

38. 

tg40=$\frac{y}{x}$; tg41=$\frac{y+8}{x}$ Resolviendo y=223'73m

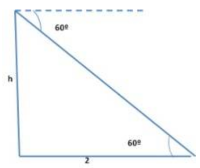
39. 

tg60=$\frac{y}{2x}$ = $\sqrt{3}$; y=2x. $\sqrt{3}$; tgA=$\frac{y}{x}$ = $\frac{2x\sqrt{3}}{x}$ = $2\sqrt{3}$; A=arctg$2\sqrt{3}$=73º53'52''

40. Se hace igual que el 29. Pendiente 8% significa que si A es el ángulo que forma la carretera con la horizontal, tgA=8/10 A=4º34'26", si llamamos x a la altura que ha subido la moto tenemos: sen4º34'26"=x/800; x=63'79m

41. Llamemos A al ángulo con el que vemos el primer piso, B el segundo, C el tercero, D el cuarto y E el quinto. TgA=3'5/6, A=30º15'23"; tgB=2.3'5/6, B=49º23'55"; tgC=3.3'5/6, C=60º15'18"; tgD=4.3'5/6, D=66º48'5"; tgE=5.3'5/6, E=71º4'31"

42 y 43 son teóricos, mirarlos en los apuntes

44. 

tg60=h/2; h=2.tg60=$2\sqrt{3}$ m.

45. Sea x la distancia que separa del acantilado a la primera embarcación e y la que separa a la segunda, tg60=$\sqrt{3} = \frac{32}{x}$; tg30=$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{32}{y}$; resolviendo x=$\frac{32\sqrt{3}}{3}$ $e\ y = 32\sqrt{3}$

46. a) sen$\alpha = \frac{4}{7}; cos\alpha = \sqrt{1-\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{33}}{7}; tg\alpha = \frac{4}{\sqrt{33}} = \frac{4\sqrt{33}}{33}; ctg\alpha = \frac{\sqrt{33}}{4}; sec\alpha = \frac{7}{\sqrt{33}} = \frac{7\sqrt{33}}{33}$; cosec$\alpha = \frac{7}{4}$

b) cos$\beta = \frac{1}{3}; sen\beta = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}; tg\beta = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}; ctg\beta = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{8}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$; $sec\beta = 3; cosec\beta = \frac{3}{\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

c) tg$\mu = \frac{7}{6} = \frac{sen\mu}{cos\mu}; sen\mu = \frac{7}{6}cos\mu;\ sen^2\mu + cos^2\mu = 1;\ \frac{49}{36}cos^2\mu + cos^2\mu = 1;\ \frac{85cos^2\pi}{36} = 1$

$$cos\mu = \sqrt{\frac{36}{85}} = \frac{6\sqrt{85}}{85}; ctg\mu = \frac{6}{7}; sec\mu = \frac{\sqrt{85}}{6}; sen\mu = \frac{7}{6}cos\mu = \frac{7\sqrt{85}}{85}; cosec\mu = 7\sqrt{85}$$

d)$tg\rho = \frac{1}{2} = \frac{sen\rho}{cos\rho}; cos\rho = 2sen\rho;\ sen^2\rho + cos^2\rho = 1; sen^2\rho + 4sen^2\rho = 1; sen\rho = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}; cos\rho = \frac{2\sqrt{5}}{5}; tg\rho = \frac{1}{2}; ctg\rho = 2; sec\rho = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}; cosec\rho = \sqrt{5}$

47. a) cosA=1/2; senA=$\frac{\sqrt{3}}{2}; tgA = \sqrt{3}$ b) senA=4/5; cosA=$\sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}; tgA = \frac{4}{3}$

48. sen α = 0,57; cos α = 0,82

49.

sen α	0,94	0’57	4/5	0’945	1/2	$\sqrt{2}/2$
cos α	0’34	0,82	3/5	0’27	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$
tg α	2’76	0’7	4/3	3,5	$\sqrt{3}/3$	1

50.

sen α	1/3	0’8819	0’8944
cos α	0’9428	$\sqrt{2}/3$	0’4472
tg α	0’3535	1’8708	2
α	19º28’16.39’’	61º52’28.18’’	63º26’5.82’’