EJERCICIOS DE LOGARITMOS

1. Calcula

a. $\text{Log}_2(8)=$
b. $\text{Log}_4(0,25) =$
c. $\text{Log}_4(8) =$
d. $\text{Log}_{27}(9) =$
e. $\text{Log}(1000) =$
f. $\text{Log}(0,01) =$
g. $\log_2 16 =$
h. $\log_5 25 =$
i. $\log_{10} 100 =$
j. $\log_{1/3}27$
k. $\log_{1/2}64$
l. $\log_{1/2}(1/4)$
m. $\log_{1/2}8$
n. $\log_{1/10}10$
o. $\log_{1/10}10000$
p. $\log_{1/10}1/10$
q. $\log_{1/10}1/1000$
r. $\log_5 1 =$
s. $\log 10 =$
t. $\log 0,001$
u. $\log_{10}1000000000 =$
v. $\text{Log}_3(27) =$

2. Calcula los números x que verifican las siguientes igualdades, utiliza la calculadora solo en el caso de que la solución no sea entera :

a) $\log(x) = -3$ b) $\log_3(x) = 3$

c) $\log_5(x) = 2$ d) $\ln(x) = 2$

e) $\log_8 x = 1/3$ f) $\log_{49}\sqrt{7} = x$

g) $\log_8 \sqrt[4]{2} = x$

$h)\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{64} = x$ i) $log_{\sqrt{2}}64 = x$

$j)\log_2 2\sqrt{2} = x$ k) $(0'125)^x = 16$

$l)\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x = 27$ m) $(0'2)^x=125$

3. Calcular aplicando las propiedades de los logaritmos

$a)\log_2 2^3.2^5 =$

$b)\log_5 5^2.5^3 =$

$c)\log_{1/5} 5^4 =$

4. Sabiendo que log2= 0,30103 y que log3=0,47712 calcular utilizando las propiedades de los logaritmos

$a)\log 6;$ $b)\log 5;$ $c)\log 0.6$

$d)\log 72; e)\log\sqrt{0'03}$

5. Determina, sin utilizar calculadora, los números cuyos logaritmos decimales están comprendidos entre -2 y 2.

6. Sin utilizar calculadora, halla el valor de:

$a)\log_5 50 - \log_5 2$

$b)\log_3 3^5 - \log_3 3^4$

$c)\log_2 24 - \log_2 6$

$d)\log_2\left[\left(\sqrt[3]{4^5}\right)^2\right]^3$

$e)\log_3 \frac{27}{2} + \log_3 2$

$f)\log_{1/2}\left[\left(\sqrt[3]{4^5}\right)^2\right]^3$

7. Hallar el valor de a sabiendo que:

$a)\log_a 64 = 3$

$b)\log_a 3 = \frac{1}{2}$

$c)\log_3 a = 5$

$d)\log_5 125 = a$

$e)\log_{a+1} 81 = 2$

8. Escribe las siguientes expresiones como el log de una sola expresión, lo más simple posible.

$a)3\log a + 2\log b - \frac{3}{2}\log c + \frac{5}{2}\log d$

$b)\frac{1}{2}\log(x^2+4) + \frac{1}{2}\log(x+3) + \frac{1}{2}\log(x-3)$

9. Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$a)\log x = \log 2 + \log(x-3)$

$b)\log(3x+1) - \log(2x-3) = 1 - \log 5$

$c)\log(20x) + \log(2x) = 3$

$d)\log(x+2) + \log(10x+20) = 3$

$e)\log x + \log 50 = 3$

$f)5\log(x+3) = \log 32$

$g)2\log x = \log(10-3x)$

10. Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} \log\left(\frac{x^2}{y}\right) = 3 \\ logx + 3logy = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x^2 + y = 75 \\ 2logx - logy = 2log2 + log3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \log(x+y) - \log(x-y) = log5 \\ \frac{2^x}{2^y} = 2 \end{cases}$

Soluciones:

1. a) 3, b) -1; c)3/2; d)2/3; e) 3; f)-2

g) 4; h) 2; i) 2; j)-3; k) -6; l) 2; m) -3

n) -1; 0)-4; p) 1; q) 3; r) 0; s) 1; t)-3;

u) 9: v)3

2. a) 0'001; b)27; c)25; d)e^2; e)2; f)1/4;

g)1/2; h)-12; i)12; j)3/2; k)-1/3; l)-6;

m)-3

3. a)8; b)5; c)-4

4. a) log6=log(3.2)=log3+log2=

0'30103+0'47712=0'77815

b) Log5=log(10/2)=log10-log2=1-0'30103=0'69897

c)log0'6=log(6/10)=log6-log10=

0'77815-1=-0'22185

d)log72=log(3^2.2^3)=2log3+3log2=

2.0'47712+3.0'30103=1'85733

e) $\log\sqrt{0'03} = log\sqrt{\frac{3}{100}} = \log\left(\frac{3}{100}\right)^{\frac{1}{2}} = 1/2(log3 - log1000)$ = ½(0'47712-3)= -1'26144

5.10^{-2}=0'01; 10^2=100; todos los números comprendidos en el intervalo (0'01,100)

6. a)$\log_5 50 - \log_5 2 = \log_5(50/2) = \log_5 25 = 2$

b) $\log_3 3^5 - \log_3 3^4 = 5-4 = 1$

c)$\log_2 24 - \log_2 6 = \log(24/6) = \log_2 4 = 2$

d)$\log_2[(\sqrt[3]{4^5}\ )^2]^3 = \log_2 (4^{5/3})^6 =$

$\log_2 4^{10}=\log_2 2^{20}=20$

e) $\log_3(27/2)+\log_3 2=\log_3(\frac{27}{2}.2)$ =

$\log_3 27=3$

f) $\log_{1/2}[(\sqrt[3]{4^5}\ )^2]^3=\log_{1/2}2^{20}=-20$

7. a) $\log_a 64=3$; $a^2=64$; a=4

b)$\log_a 3=1/2$; $a^{1/2}=3$; $\sqrt{a}=3$; a=9

c)$\log_3 a=5$; $3^5=a=243$

d)$\log_5 125=a$; a=3

e)$\log_{a+1}81=2$; $(a+1)^2=81$; a+1=9; a=8

8.a) $log\frac{a^3.b^2.\sqrt{d^5}}{\sqrt{c^3}}$;

b) $\log((\sqrt{x^2+4}.\sqrt{x+3}.\sqrt{x-3})$ =

$=\log(\sqrt{x^4-5x^2-36}$

9. a) logx=log2+log(x-3): x=2(x-3); x=6

b)log(3x+1)-log(2x-3)=1-log5;

$\log\frac{3x+1}{2x-3}=log\frac{10}{5};\ \frac{3x+1}{2x-3}=2; x=7$

c)log(20x)+log(2x)=3;
$\log(40x^2)=\log 1000$; $40x^2=1000$; x=5, la solución x=-5 no es válida

d)log(x+2)+log(10x+20)=3;

log[(x+2).(10x+20)]=log1000;

(x+2)(10x+20)=1000; resolviendo x=8 la otra solución no es válida

e)logx+log50=3; 50x=1000; x=20

f)$(x+3)^5=32=2^5$; x+3=2; x=-1

g)2logx=log(10-3x); $\log x^2=\log(10-3x)$;

$x^2=10-3x$, resolviendo x=2, la otra solución no es válida

10. a) Aplicando las propiedades de los logaritmos el sistema queda: $\begin{cases}2logx-logy=3\\ logx+3logy=5\end{cases}$ y resolviéndolo obtenemos: logx=2; $x=10^2$; logy=1; y=10

b) Quitando logaritmos en la segunda ecuación el sistema queda:

$\begin{cases}2x^2+y=75\\ \frac{x^2}{y}=12\end{cases}$ y resolviéndolo obtenemos x=±6, y=3.

c)Quitando en la primera ecuación logaritmos y aplicando en la segunda las propiedades de las potencias el sistema queda:

$\begin{cases}\frac{x+y}{x-y}=5\\ 2^{x-y}=2\end{cases}$; de la segunda ecuación se deduce que x-y=1 y por tanto resolvemos el sistema $\begin{cases}\frac{x+y}{x-y}=5\\ x-y=1\end{cases}$ obteniendo x=3 e y=2