BOLETÍN DE DERIVADAS Y RECTA TANGENTE

1. Aplicando la definición, calcula la derivada de $f(x)=2x^2-3x$ en $x=1$
2. Pon tres ejemplos de funciones cuya derivada sea $3x^2$. ¿Cuántas existen?
3. ¿Existe alguna función que tenga la misma derivada en todos sus puntos? Pon un ejemplo. Explica qué característica tiene
4. Encuentra si en la gráfica de la función $y= 2/x$, existe algún punto en el que su recta tangente tenga pendiente -2.
5. Calcula el valor de a para que la gráfica de la función $y= \frac{x^3+a}{x^3-a}$ cumpla que la recta

tangente en el punto de abscisa $x=1$ es paralela a la bisectriz del primer cuadrante.

6. Halla las coordenadas de los puntos de la gráfica de la función Halla también las ecuaciones de dichas rectas.
7. Sean las funciones $f(x)= x^2 - 6x + 12$ y $g(x) = -x^2 + 2x + 6$. Calcula los puntos donde:
   a) Sus rectas tangentes son paralelas.
   b) Sus rectas tangentes son perpendiculares.
8. Sea la curva de ecuación $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ definida en $[2, \infty)$. Halla el punto de corte entre la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa $x=3$ y la asíntota horizontal de la curva.
9. Halla la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = x^2 - 2x+1$, que pasa por el punto (5, 0)
10. Halla los coeficientes a, b y c de la función: $f(x) = ax^2 + bx + c$, sabiendo que pasa por (0, 5) y que tiene un punto de tangente horizontal en (2, -3).
11. Se ha trazado una recta tangente a la función $y = x^3$ cuya pendiente es 3 y que pasa por el punto (0,2). Halla el punto de tangencia.
12. Dada $f(x)= x^2-10x+9$, halla el punto en el que la recta tangente a la gráfica de f es paralela al eje de abscisas.
13. ¿En qué punto la tangente a la gráfica de la función $f(x)= x^2-6x+8$ es paralela a la bisectriz del primer cuadrante? ¿Y paralela a la bisectriz del segundo cuadrante?
14. Determina en qué punto de la gráfica de la función $f(x)= 3\sqrt{6x}$, la recta tangente forma un ángulo de 45º con la parte positiva del eje de abscisas. Escribe la ecuación de dicha recta tangente.

15. Calcula las coordenadas de los puntos de la gráfica de f(x)= $\frac{3x}{x^2+2}$, en los que la recta tangente a la gráfica de f(x) es paralela al eje de abscisas.
16. Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y=x^2-4x+3$ en el punto en que es paralela a y=2x-5.
17. Responde razonadamente a las siguientes cuestiones
    a. ¿Hay alguna función que tenga la misma pendiente en todossus puntos? Razona la respuesta.
    b. Una misma recta ¿puede ser tagente a una función en diferentes puntos?. Explica la respuesta ayudándote de una gráfica
    c. Verdadero o falso: a) Toda función continua es derivable; b) Toda función derivable es continua; c) Si una función no es derivable entonces no es continua; d) Siuna función no es continua entonces no es derivable.
    d. Calcular, utilizando la definición de derivada, f ’(2) siendo $f(x)=1-x+x^2$. ¿Qué significado geométrico tiene f ‘(2)?. Calcular el punto de corte de la recta tangente a y=f(x) en x=2 con el eje OX.
    e. Calcular b para que la tasa de variación media de la función y=L(x+b) en el intervalo [0,2] valga L2. Calcular a continuación la tasa de variación instantánea en los extremos del intervalo.
    f. Sea y= $\begin{cases} 2x-1 \text{ si } x \leq 0 \\ \frac{x^2-3}{3} \text{ si } x>0 \end{cases}$ ¿existe algún punto en el que la tangente a la gráfica sea paralela al eje OX?
    g. Explicar porqué la función y=|x| no es derivable en x=0. Calcular las derivadas laterales.
    h. Estudia la derivabilidad de la función y=|x+1| análitica y gráficamente.
    i. Dadas las funciones $y=x^2$ e $y=x^2+2$ ¿Cómo son sus pendientes en x=2?¿Cómo son sus rectas tangentes en dicho punto?
    j. ¿Puede ser la recta y=x paralela a la recta tangente a la función $y=x^3-7x+1$ en algún punto?. ¿Existe algún punto de dicha curva con tangente paralela a la recta x=1?
    k. Si la tangente a una curva en un punto es horizontal ¿cuánto vale la derivada en dicho punto?. ¿Y si la tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrate?
    l. ¿Puede haber distintas funciones qué tengan la misma función derivada? En caso afirmativo cómo serían sus gráficas.
    m. Hallar los puntos en los que la función $y=|x^2-5x+6|$ no tiene derivada. Justificar el resultado de forma analítica y gráfica.

18. ¿Es correcto definir la tangente a una curva en un punto P como aquella recta que tiene en común a la curva exactamente el punto P?
19. Utilizando la definición de derivada demuestra que las funciones y=f(x) e y=f(x)+c tienen la misma derivada si c es una constante.
20. Halla la T.V.M. De la función f(x)=$\frac{3}{x+1}$ en el intervalo [1,1+h]. Con el resultado obtenido calcula f ‘(1)
21. Calcula la recta tangente a las siguientes funciones: a) y=senx+x en x=π; b) y=$\frac{x^4-3}{x}$en x=-1 ; c) $y=L(x^2+7)$ en x=0; d) $y=Lx^2$ en x=2; e)y=-2/x en x=2; f) $y=(x+1)e^{-x}$ en el punto de

corte de la función con el eje OX; g) y=Lx en x=1, calcula tamién la normal en el mismo punto.

22. Determina la ecuación de la recta tangente a la curva y=$\sqrt{x}$ en el punto en el que sea paralela a la recta y=1/2x
23. Dada la función y=-7x+6x^2-x^4 determina los puntos cuya recta tangente tiene pendiente 1
24. Hallar para qué valor de x la recta tangente a la curva y=L(x^2+1) es paralela a la recta y=x
25. Determina la ecuación de la recta tangente a la parábola y=x^2-7x+3 en el punto en que dicha tangente sea paralela a i) el eje OX, ii)a la bisectriz del primer cuadrante, iii)a la recta y=-5x+5
26. Halla la ecuación de la recta tangente y la normal a las funciones a) y=x$e^{\sqrt{x}}$ en x=4; b)y=arcsen$\sqrt{x}$ en x=1/2
27. En qué punto la recta tangente a la función y=x^2 forma un ángulo de 30º con el eje OX
28. Halla los valores de a,b,c,d sabiendo que: 1) la tangente a la gráfica de la función y=ax^3+bx^2+cx+d en el punto (0,-4) es paralela a la recta y=-x+5. 2) la recta tangente a dicha función en el punto de abscisa x=1 es 12x-y-12=0
29. Derivar las siguientes funciones: y=(arc senx)$^{\text{arc tgx}}$; y=$\sqrt{(senx)^{\cos x}}$; y=[(x^2+x+1)]$^{\text{arc tg x}}$
30. Determinar y' en la siguiente función implícita: . L(x)y-seny=5.
31. Hallar las rectas tangente y normal de las siguientes curvas: a) y=(senx)$^{\cos x}$ en x=π/2 b) y=arctgx en x=1; c) y=arcsen(x) en x=0'5
32. Halla el área del triángulo determinado por los ejes coordenados y la tangente a la curva xy=1 en el punto x=1
33. a) Definición de función continua en un punto.

    b) Estudia la continuidad de la función f(x)=$\begin{cases} 2^x \text{ si } x<0 \\ \sqrt{x+1} \text{ si } 0<x<3 \\ 2x-3 \text{ si } x\geq 3 \end{cases}$, indicando qué tipos de discontinuidades presenta.

    c) ¿Es derivable en x=0? ¿Y en x=3? Razona tu respuesta.

34. Indica los puntos en los que la siguiente función es derivable:f(x)=$\begin{cases} x^2+1 \text{ si } x>0 \\ x+1 \text{ si } x\leq 0 \end{cases}$
35. Dada la función f(x)=$\begin{cases} x^2+bx \text{ si } x\leq 1 \\ 2x-1 \text{ si } x>1 \end{cases}$ calcula el valor de b para que f sea derivable en x=1.
36. Calcula las derivadas laterales y comprueba que g(x)= | x + 4| no es derivable en x= -4
37. Estudia la derivabilidad de las siguientes funciones en los puntos conflictivos utilizando la definición de derivada: a) y=$\begin{cases} -x \text{ si } x<0 \\ x^2 \text{ si } x\geq 0 \end{cases}$; b) y=$\begin{cases} 1 \text{ si } x<0 \\ x \text{ si } x\geq 0 \end{cases}$; c) y=$\begin{cases} 2x-3 \text{ si } x<1 \\ -x \text{ si } x\geq 1 \end{cases}$
38. Estudia la derivabilidad de las siguientes funciones:

    a) y=$\begin{cases} e^{x-1} \text{ si } x\leq 1 \\ Lx \text{ si } x>1 \end{cases}$;b) $y=\begin{cases} \cos x-1 \text{ si } x\leq 0 \\ \frac{2x}{\pi} \text{ si } 0<x\leq \pi/2 \\ senx \text{ si } x>\pi/2 \end{cases}$;c) $y=\begin{cases} \frac{x}{Lx} \text{ si } x>e \\ e \text{ si } x\leq e \end{cases}$;

    d) y=$\begin{cases} x^2-x+1 \text{ si } x\leq 1 \\ Lx+x \text{ si } 1<x<e \\ x+1 \text{ si } x\geq e \end{cases}$; e)y=$\begin{cases} 2^x \text{ si } x\leq 0 \\ x^2+1 \text{ si } 0\leq x\leq 1 \\ Lx+e^{x-1}+1 \text{ si } x>1 \end{cases}$; f) y=$\begin{cases} senx \text{ si } x\leq 0 \\ L(\cos x)+x \text{ si } 0<x<\pi/2 \end{cases}$

g)y=$\begin{cases} e^{x^2} \text{ si } x \le 0 \\ x+1 \text{ si } 0<x<1 \\ Lx+2x \text{ si } x \ge 1 \end{cases}$; h) y=$\begin{cases} senx \text{ si } 0 \le x \le \pi/2 \\ \cos ecx \text{ si } \pi/2<x<2\pi \end{cases}$; i) y=$\begin{cases} tgx \text{ si } 0 \le x \le \pi \\ senx \text{ si } \pi<x<2\pi \end{cases}$

j) y=$\begin{cases} x^3-1 \text{ si } x \le 0 \\ \dfrac{3}{x-2} \text{ si } 0<x<3; \\ x^2-6x+12 \text{ si } x \ge 3 \end{cases}$: k) y=$\begin{cases} x^2 \text{ si } x \ge 0 \\ \dfrac{x}{1-x} \text{ si } x<0 \end{cases}$; l)$\begin{cases} e^x \text{ si } x \le 0 \\ \cos x \text{ si } 0<x<\pi/2 \\ L(senx) \text{ si } \pi/2 \le x < \pi \end{cases}$

m) y=$\begin{cases} \frac{1}{x} \text{ si } -2 \le x \le -1 \\ \frac{x^2-3}{2} \text{ si} -1<x \le 0 \end{cases}$ n)y=$\begin{cases} \cos x+2 \text{ si } x \le 0 \\ \frac{2x}{\pi}+1 \text{ si } 0<x<\pi/2 \\ senx+1 \text{ si } x \ge \pi/2 \end{cases}$

39. Determinar el valor de los parámetros a,b, c y d de modo que las siguientes funciones sean derivables en todo R: a) y=$\begin{cases} x^3+1 \text{ si } x \ge 0 \\ ax+b \text{ si } x<0 \end{cases}$; b) y=$\begin{cases} asenx \text{ si } x<0 \\ bx \text{ si } 0 \le x \le 1 \\ Lx+c \text{ si } x>1 \end{cases}$

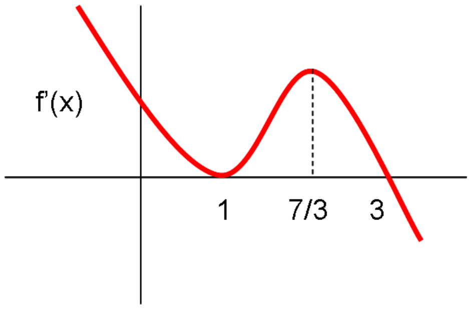
c)$\begin{cases} e^x \text{ si } x<0 \\ ax^3+bx^2+cx+d \text{ si } 0 \le x \le 2 \\ \cos(x-2) \text{ si } x>2 \end{cases}$ d) y=$\begin{cases} L(e+senx) \text{ si } x<0 \\ x^3+ax+b \text{ si } x \ge 0 \end{cases}$ e) y=$\begin{cases} ax \text{ si } x<1 \\ \dfrac{x^2-b}{2} \text{ si } x \ge 1 \end{cases}$

f)y=$\begin{cases} -x^2+ax \text{ si } -1 \le x < 3 \\ bx+3 \text{ si} 3 \le x \le 5 \end{cases}$ g) f(x)=$\begin{cases} x^2+4x+3 \text{ si } x \le 0 \\ -x^2+ax+b \text{ si } x>0 \end{cases}$ h) y=$\begin{cases} x^3-x \text{ si } x<0 \\ ax+b \text{ si } x \ge 0 \end{cases}$

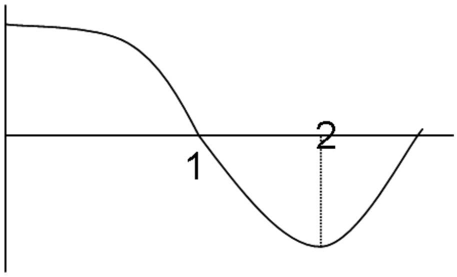
i) y=$\begin{cases} 3-ax^2 \text{ si } x<1 \\ \dfrac{2}{ax} \text{ si } x \ge 1 \end{cases}$ j) y=$\begin{cases} bx^2+ax \text{ si } x \le -1 \\ \dfrac{a}{x} \text{ si } -1<x<1 \\ \dfrac{x^2+ax+1}{x+1} \text{ si } x \ge 1 \end{cases}$; k) y=$\begin{cases} x^2+2 \text{ si } x \le 0 \\ \sqrt{ax+b} \text{ si} 0<x<2 \\ \dfrac{-x}{2\sqrt{2}}+\dfrac{3}{\sqrt{2}} \text{ si } x \ge 2 \end{cases}$

40. Si la función y=f(x) es creciente y derivable en todo R ¿puede ser f‘ (x)=0 en algún punto? ¿Puede ser f ‘(x)<0 en algún punto? Razona las respuestas.
41. Dar un ejemplo de una función que tenga infinitos máximos y mínimos relativos
42. ¿Qué diferencia existe entre los conceptos de extremo relativo y absoluto?. Pon un ejemplo gráfico que aclare la contestación
43. Verdadero o falso: Sea f una función continua en [a,b] y sea c perteneciente a (a,b) tal que f ‘(c)=0, entonces c es un máximo o un mínimo relativo de la función.
44. Verdadero o falso: a) Si una función es creciente en un punto, entonces su derivada es positiva en dicho punto; b) Si una función tiene derivada positiva en un punto, entonces es creciente en ese punto.
45. a)Una función f es tal que f ‘(a)=0 ¿qué puede afirmarse del comportamiento de la función en ese punto? b) Si la derivada de una función es negativa en el punto x=2 ¿Cuál es el signo de f(2+h)-f(2) según los valores de h cuando h tiende a cero?
46. Si la función =f(x) tiene derivadas primera y segunda en un punto x=a y son ambas igual a cero ¿puede presentar en dicho punto un extremo relativo? ¿Y un punto de inflexión?. En caso negativo razona la respuesta, en caso afirmativo pon un ejemplo.

47. La gráfica de la figura corresponde a la primera derivada de una función f(x), ¿qué puede decirse sobre los posibles máximos y mínimos relativos de la función? ¿ y de los puntos de inflexión? Razonar la respuesta



48. Explica la razón por la que la gráfica de una función polinómica de segundo grado es siempre cóncava o convexa. ¿ cómo se caracteriza en cada uno de los dos casos?
49. ¿Por qué toda función polinómica de tercer grado tiene siempre un punto de inflexión? ¿Podríamos garantizar lo mismo para todas las funciones de cuarto grado?. Razona las respuestas.
50. En la figura se representa la gráfica f ' de la derivada de una función f. A partir de ella determinar si f posee extremos relativos o puntos de imflexión en los puntos x=1 y x=2



51. Da un ejemplo de una función que tenga infinitos puntos de inflexión
52. Se considera la función $y=ax^2+bx+c$. Determinar las constantes a,b y c para que: Pase por el punto (0,-3); la tangente a la gráfica en x=0 sea paralela a la recta y=2x; alcance un mínimo en x=-1. Para esos valores de las constantes representa la gráfica de $g(x)=|f(x)|$
53. Halla la ecuación de la recta tangente a la curva $y=x^3-6x^2+16x-11$ en su punto de inflexión
54. Sea $f(x)=x^3+ax^2+bx+7$. Hallar a y b de forma que la curva tenga en x=1 un punto de inflexión con recta tangente horizontal.