

## Soluciones Refuerzo de funciones

- 1) a)  $D=\mathbb{R}$ ; b)  $D=(-\infty, 2]$ ; c)  $D=(-\infty, 2)$ ; d)  $D=\mathbb{R}$ ; e)  $D=[2, 3]$ ; f)  $D=(\infty, 0) \cup [1, \infty)$ ; g)  $D=[-2, \infty)$   
 h)  $D=(-2, 2)$ ; i)  $D=(-\infty, -1] \cup [3, \infty)$ ; j)  $D=(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$ ; k)  $D=(0, 1]$ ; l)  $D=(-\infty, 2] - \{-3\}$   
 m)  $D=(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ ; n)  $D=\mathbb{R} - \{2, 3\}$ ; o)  $D=[2, 3)$ ; p)  $D=(-\infty, -3) \cup [1, \infty)$ ; q)  $D=\mathbb{R} - \{7/3\}$   
 r)  $D=\mathbb{R} - \{-1/2, 1/2\}$ ; s)  $D=\mathbb{R} - \{1, 3\}$ ; t)  $D=\mathbb{R} - \{-1\}$ ; u)  $D=\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ ; v)  $S=(-\infty, -3] \cup (2, \infty)$   
 w)  $D=[-1, \infty) - \{4\}$ ; x)  $D=(1, -\infty)$ ; y)  $D=(-\infty, -2] \cup (2, -\infty)$

2. a)  $(g \circ m)(x) = (x - 4)^2 - 6$ ; b)  $(m \circ g)(x) = x^2 - 10$ ; c)  $(f \circ m)(x) = \frac{1}{(x - 4)^2 - 4}$

d)  $(m \circ j)(x) = \left(\frac{x-1}{x+1}\right) - 4$ ; e)  $(p \circ r)(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{x+3} + 1}$ ; f)  $(p \circ j)(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1} + 1}$ ;

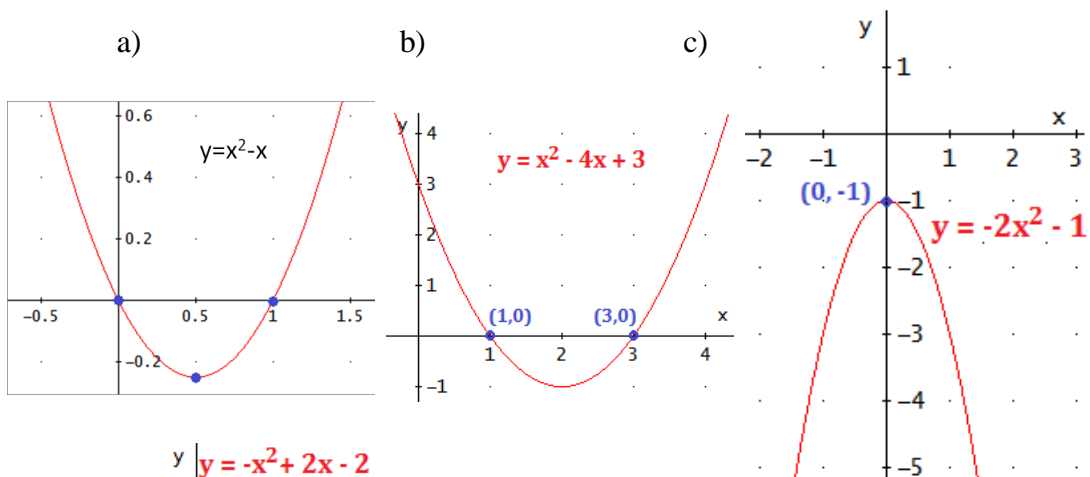
g)  $(s \circ p)(x) = \frac{3 - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1} - 1}$ ; h)  $(r \circ s)(x) = \frac{2 \cdot \left(\frac{3-x}{x-1}\right) - 1}{\left(\frac{3-x}{x-1}\right) + 3}$ ; i)  $m^{-1}(x) = x + 4$ ; j)  $j^{-1}(x) = \frac{-1-x}{x-1}$

k)  $r^{-1}(x) = \frac{-1-3x}{x-2}$ ; l)  $s^{-1}(x) = \frac{3+x}{x+1}$ ; m)  $p^{-1}(x) = x^2 - 1$ ; n)  $g^{-1}(x) = \sqrt{x+6}$

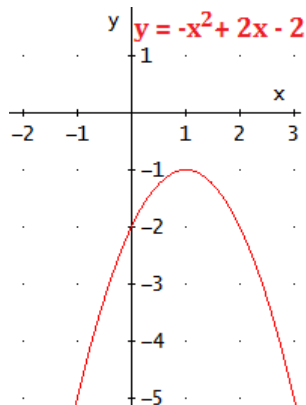
3) a)  $D=\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ ;  $\text{Im}=\mathbb{R} - \{0\}$ , decrec  $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ ; crec  $(0, 2) \cup (2, \infty)$ ;  $x=0$  mínimo relativo; Cóncava  $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ , convexa  $(-2, 2)$ . No tiene raíces, Asíntota vertical en  $x=-2$  y en  $x=2$ , asíntota horizontal  $y=0$

b)  $D=[-5, \infty) - \{2\}$ ;  $\text{Im}=\mathbb{R}$ ; raíces  $x=-4$ ; crec  $(-5, -2) \cup (0, 2) \cup (2, \infty)$ , decrec  $(-2, 0)$ ;  $x=0$  mínimo relativo; convexa en  $(-2, 2)$ , c-convexa en  $(2, \infty)$ ; asíntota vertical  $x=2$ ; asíntota horizontal  $y=0$  por la derecha.

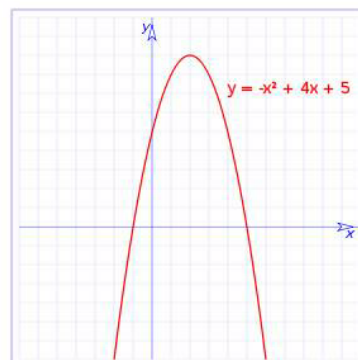
4



D)



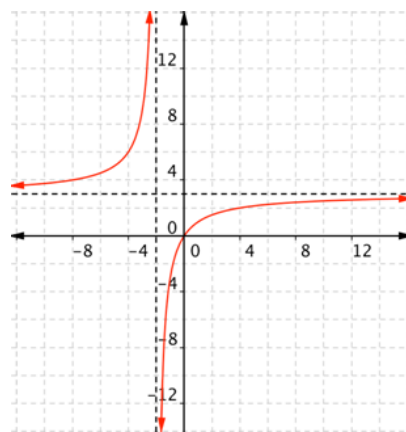
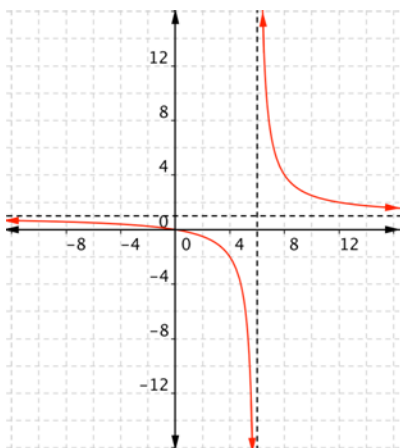
e)



## Soluciones Refuerzo de funciones

5. A) La gráfica  $y=x^2$  sufre una traslación horizontal hacia la derecha de 3 unidades y una vertical de 2 unidades hacia arriba
- B) Se hace primero la gráfica de  $y=-x^2$  ( simétrica de  $y=x^2$  respecto al eje OX ) y despues ésta se traslada verticalmente 6 unidades hacia arriba
- C) La gráfica de  $y=-x^2$  se traslada horizontalmente 1 unidad a la izquierda y verticalmente 2 unidades hacia abajo
- D)La gráfica  $y=x^2$  se traslada verticalmente 5 unidades hacia arriba
- 6) a) la gráfica es simétrica de  $y=1/x$  respecto al eje OX
- b)la gráfica  $y=1/x$  se traslada verticalmente hacia abajo 2 unidades
- c)la gráfica  $y=1/x$  se traslada horizontalmente 1 unidad a la derecha
- D) la gráfica  $y=1/x$  se traslada horizontalmente 2 unidades a la derecha y verticalmente 4 unidades hacia arriba
- e)la gráfica  $y=1/x$  se traslada horizontalmente 5 unidades a la izquierda
7. A) La gráfica  $y=\sqrt{x}$  se tralada verticalmente 2 unidades hacia abajo y horizontalmente 1 unidad a la derecha
- B) la gráfica  $y=-\sqrt{x}$  (simétrica de  $y=\sqrt{x}$  respecto al eje OX) se traslada horizontalmente 2 unidades a la izquierda y verticalmente 4 unidades hacia arriba.
- c)La gráfica  $y=\sqrt{x}$  se tralada verticalmente 7 unidades hacia arriba y horizontalmente 1 unidad a la derecha
8. A) AH  $y=1$ , AV  $x=6$ ;

b) AH  $y=3$ , AV  $x=-2$



9. Las gráficas están al final del ejercicio .a)  $D=(-\infty,2]-\{0\}$ ; Puntos conflictivos  $x=-2$ ,  $x=0$
- $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} 3x - 1 = -7$ ;  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} 1 - x = 3$ ;  $f(-2)=-7$ , discontinua de salto finito en  $x=-2$ .  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 1 - x = 1$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + 1 = 1$ ;  $f(0) \neq 1$  discontinua evitable en  $x=0$

## Soluciones Refuerzo de funciones

b)  $D = (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$ ; puntos conflictivo  $x = -4$ ,  $x = 0$  y  $x = 3$

$\lim_{x \rightarrow -4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4^-} -5 = -5$ ;  $\lim_{x \rightarrow -4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4^+} -x^2 - 2x + 3 = -9$   $f(-4) = -9$  discontinua de salto

finito en  $x = -4$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} -x^2 - 2x + 3 = 3$ ; El límite en  $x = 0$  por la derecha no existe al no estar definida la función a la derecha del cero,  $f(0)$  tampoco existe

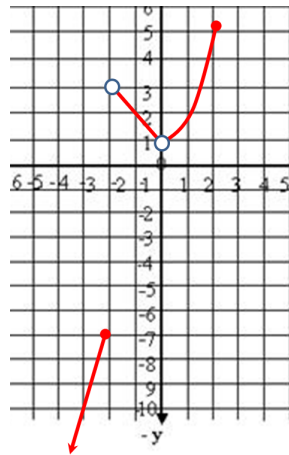
$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} x - 3 = 0$  El límite en  $x = 3$  por la izquierda no existe al no estar definida la función a la izquierda del tres,  $f(3)$  tampoco existe

C)  $D = \mathbb{R}$ ; puntos conflictivos  $x = 2$  y  $x = 5$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} -x^2 + 7 = 3$ ;

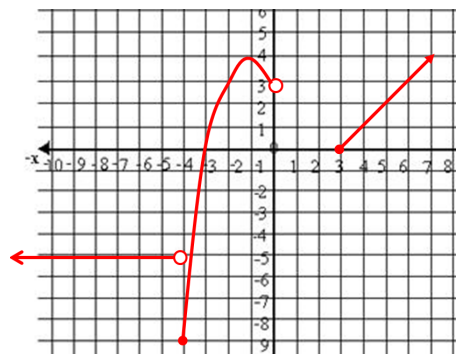
$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} x - 1 = 1$ ;  $f(2) = 1$ . Discontinua de salto finito en  $x = 2$ :

$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} x - 1 = 4$ ;  $\lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} 4 = 4$ ;  $f(5) = 4$ , continua en  $x = 5$

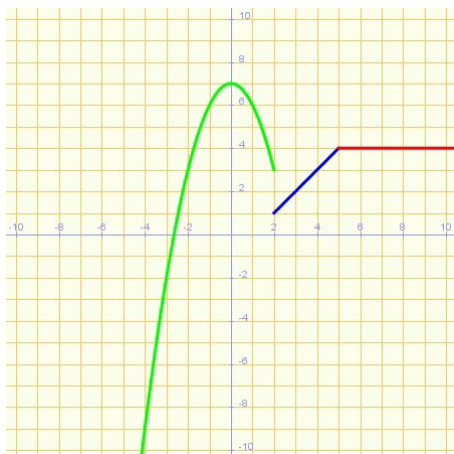
A)



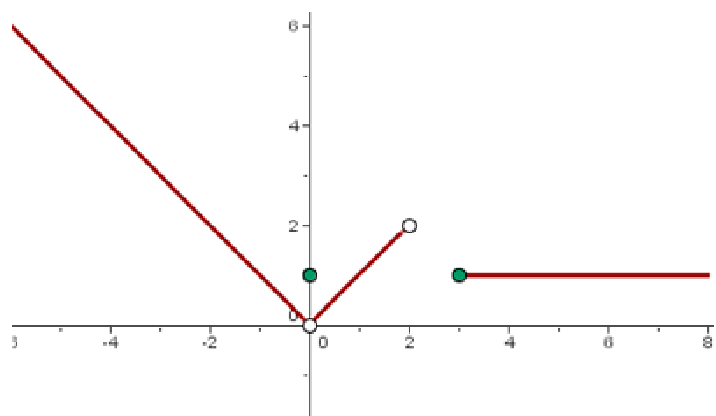
b)



C)

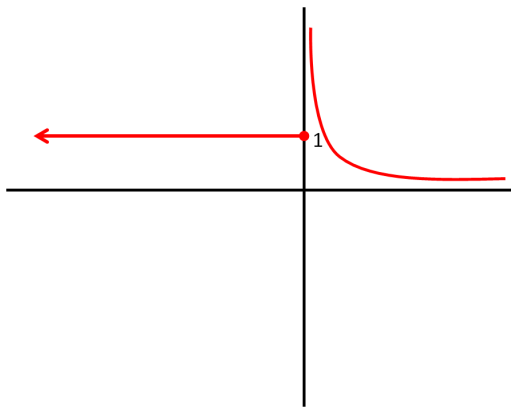


d)

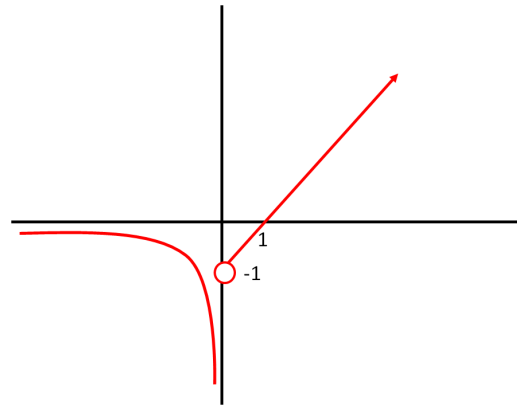


# Soluciones Refuerzo de funciones

10. a)



b)



11.

