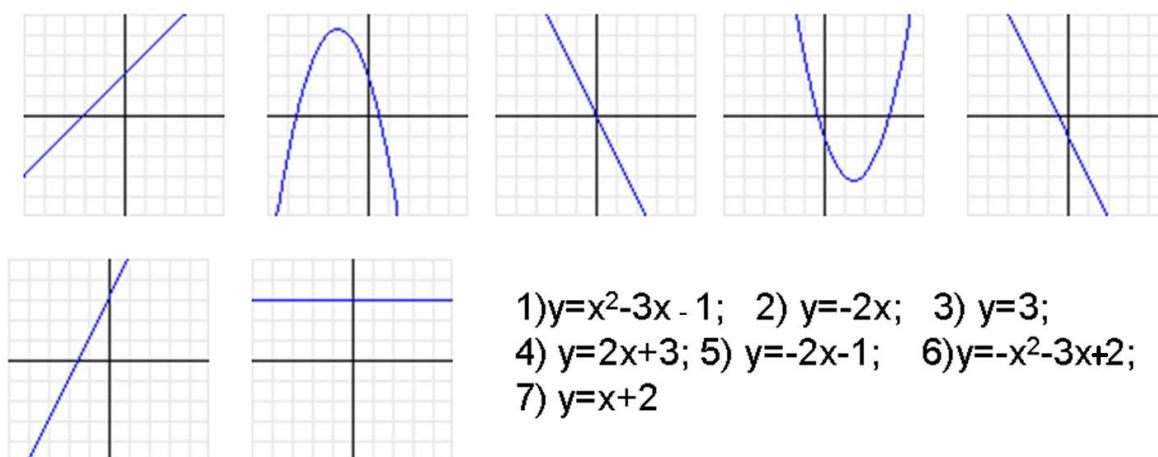


Ejercicios funciones III 4º ESO

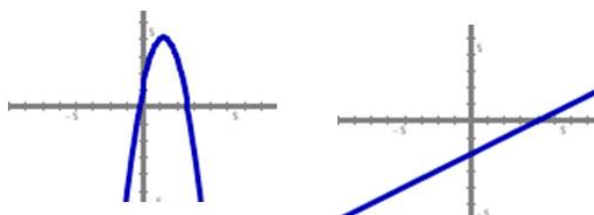
- Representa la función $y=2x+3$. ¿Cuál es su pendiente y su ordenada en el origen?
- Representa la función $y=-3x+1$ ¿Cuál es su pendiente y su ordenada en el origen?
- Representa, en los mismos ejes de coordenadas, las funciones: $y=3x-1$; $y=-x+3$
Comprueba gráficamente cuál es el punto de corte. Calcula algebraicamente el punto de corte (resolviendo el sistema de ecuaciones)
- Consideremos la parábola $y=x^2-2x+3$. Se pide: a) vértice b) corte con los ejes de coordenadas c) las imágenes de los puntos -2, 2 y 4 d) representación gráfica
- Representa gráficamente las funciones: a) $y=-x^2+x-6$; b) $f(x)=x^2-2x+3$; c) $y=x^2+x$; d) $y=-x^2+2x$; e) $y=x^2-1$; f) $y=-x^2+4$ e indica todas sus características.
- Relaciona cada una de las gráficas con su ecuación:



Debes asociar cada gráfica a una de las siguientes expresiones:

7. $y=3x$ $y=x^2+5x-2$ $y=-2x$ $y=0,5x-2$ $y=-3x+4$

$y=-2x^2+5x+1$



8. Halla el dominio y raíces de las siguientes funciones, represéntalas gráficamente e indica, a partir de sus gráficas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento:

a) $y = \begin{cases} -2x+4 & \text{si } -5 < x < -1 \\ 3x-10 & \text{si } 1 \leq x < 10 \end{cases}$; b) $y = \begin{cases} 6x-5 & \text{si } x < 0 \\ 2x+3 & \text{si } 0 < x < 1 \\ -2x+5 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$; c) $y = \begin{cases} x^2-4 & \text{si } -5 \leq x < -1 \\ 2x+3 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x^2-5x+6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

d) $y = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 0 \\ x^2-1 & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ -x+2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ e) $y = \begin{cases} |2x-4| & \text{si } x < 5 \\ x^2-9 & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$

9. Halla el dominio y raíces de las siguientes funciones, represéntalas gráficamente e indica, a partir de sus gráficas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento:

$$a) y = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{si } x < 1 \\ x + 1 & \text{si } 1 < x < 3 \\ x^2 + 4 & \text{si } x \geq 3 \end{cases} ; b) y = \begin{cases} -x^2 + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} ; c) y = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ 2x - 2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -x^2 + 5 & \text{si } x \leq -1 \\ -2x + 4 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases} ; e) y = \begin{cases} x - 4 & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

10. Representa las siguientes funciones y halla su expresión analítica: a) $y = |2x+6|$; b) $y = |-x+2|$
c) $y = |3x-1|$; d) $y = |x^2-2x-3|$; e) $y = |-x^2-3x+4|$ f) $y = |x^2-9|$; $y = |x^2-2x+3|$

$$11. \text{ Halla el dominio de las siguientes funciones: } a) y = \begin{cases} \frac{x-5}{x-3} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} ; b) y = \begin{cases} \frac{2x-3}{x+3} & \text{si } x \leq 0 \\ 5x+4 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-4}} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$c) y = \begin{cases} \sqrt{x^2-9} & \text{si } -10 < x \leq 3 \\ \frac{1}{\sqrt{x^2-4}} & \text{si } 3 < x \leq 10 \end{cases} ; d) y = \begin{cases} \frac{2x+2}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \end{cases}$$

12. Deduce las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones mediante una tabla de valores: a) $y = \frac{x+1}{x-2}$; b) $y = \frac{2x+4}{x-1}$ c) $y = \frac{x-2}{x^2-1}$

13. Representa gráficamente las funciones, hallando previamente su dominio:

$$a) y = \frac{1}{x+1}; b) y = \frac{1}{x-3}; c) y = \frac{x-2}{x+3} ; d) y = \frac{-1}{x}; e) y = \frac{x+1}{x-4}$$

14. Representa gráficamente las funciones: a) $y = \sqrt{x}$; b) $y = -\sqrt{x}$; c) $y = \sqrt{x-3}$; d) $y = \sqrt{x+2}$; e) $y = \sqrt{x} + 1$

15. Representa gráficamente las funciones; $y = \begin{cases} 3x-5 & \text{si } x \neq 0 \\ 4 & \text{si } x = 0 \end{cases} ; y = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

16. Halla el dominio de la función $f(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{x-1}$. ¿Puedes explicar en qué se diferencia la función $f(x)$ de la función $g(x) = x+3$?. Dibuja las gráficas de $y=f(x)$ e $y=g(x)$

17. Representa gráficamente la función $y = \begin{cases} \frac{(x+2)(x-5)}{x-5} & \text{si } x \neq 5 \\ 1 & \text{si } x = 5 \end{cases}$

18. Calcula a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{x^4-16}$; b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$; c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{x^2-9}$; d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^3-2x^2+4x-8}$;

$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2-2x+1}; f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-6x^2+2x}{3x^5-5x^3+6x^2}$$

19. Calcula a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-2x+9}{2x^2+6x-2}$; b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-6x+1}{-3x^2+4x}$; c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-2}{3x^2+5}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+4}{\sqrt{4x^2+2x-1}}$ e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+\sqrt{x^2-x+1}}{3x+6}$

Sol: a) ∞ , b) $-2/3$; c) 0; d) 1; e) 1

20. Calcula las asíntotas horizontales y verticales de : a) $y = \frac{5x}{x-1}$; b) $y = \frac{x+1}{x^3+3x^2-x-3}$; c) $y = \frac{x+2}{x^3+3x^2-4}$

Sol: a) AH $y=5$, AV $x=1$; b) AH $y=0$, AV $x=1$ y $x=-3$; c) AH $y=0$, AV $x=1$ y $x=2$

21. Calcula a para que la función $y = \begin{cases} 2x+a & \text{si } x < -3 \\ \frac{x^2-9}{x^3+2x^2-x+6} & \text{si } x > -3 \end{cases}$ tenga límite en $x=-3$ (sol $a=39/7$)

22. Representa gráficamente las funciones: a) $y = \frac{x^2-9}{x-3}$; b) $y = \frac{3x-1}{x+4}$; c) $y = \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2+1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$,

para ello debes calcular previamente los límites en los puntos que consideres conflictivos y las asíntotas si fuese necesario.

23. Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2-2x}$; b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{x-1}$; c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$; d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$; e) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$; f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x^2-x}$
g) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x^2-5x}}$; h) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{x^2-x})$; i) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$; j) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - x)$
k) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2-1})$; l) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+5x+6} - x)$

24. Estudia la continuidad de las siguientes funciones: a) $y = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 0 \\ x^2-1 & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ -x+2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ -x^2+1 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ -x+3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$; c) $y = \begin{cases} -2x+4 & \text{si } x < 1 \\ x+1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ 2x-5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$; d) $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x-1 & \text{si } 2 \leq x < 3 \end{cases}$

25. Estudia la continuidad de las siguientes funciones: a) $y = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2-x}{x^2-1} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b) $y = \begin{cases} \frac{x-3}{x^2-9} & \text{si } x \neq 3 \\ 1 & \text{si } x = 3 \end{cases}$; c) $y = \begin{cases} \frac{x-4}{x+1} & \text{si } x \leq 0 \\ 3x+1 & \text{si } 0 < x < 2 \\ 2x+3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$; d) $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

26. Estudia la continuidad de las siguientes funciones a) $y = \frac{5}{x^4-16}$; b) $y = \frac{x-7}{x^3-x^2-11x+3}$; c) $y = \frac{x+1}{|x|}$; d) $y = |3x-6|$

27. Calcular el valor de a para que las siguientes funciones sean continuas en todo \mathbb{R} :

a) $y = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{si } x \neq 4 \\ a & \text{si } x = 4 \end{cases}$; b) $y = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < 1 \\ 3-ax^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$; c) $y = \begin{cases} |3-x| & \text{si } x < 7 \\ ax+4 & \text{si } x \geq 7 \end{cases}$; d) $y = \begin{cases} \frac{x^3+2x}{x} & \text{si } x < 0 \\ 2x+a & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

e) $y = \begin{cases} x^2+ax & \text{si } x < 2 \\ a-x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$; f) $y = \begin{cases} x^2+2x+1 & \text{si } x < 1 \\ 3-ax^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$; g) $y = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & \text{si } 0 < x < 3 \\ \frac{3x-4}{x-2} & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

28. Calcular los valores de a y b que hacen continuas en todo \mathbb{R} las siguientes funciones:

a) $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$; b) $y = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1} & \text{si } x < 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x-5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

29. Calcula el dominio de las siguientes funciones: a) $y=L(x+6)$; b) $y=L(-x+1)$; c) $y = \frac{L(2x-3)}{x^2-7x+12}$

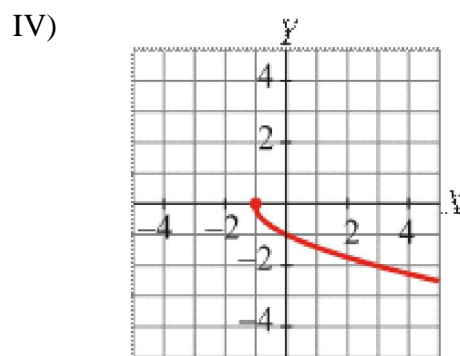
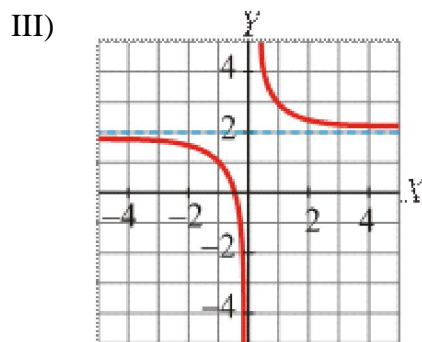
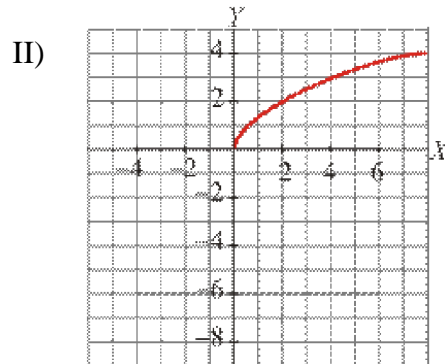
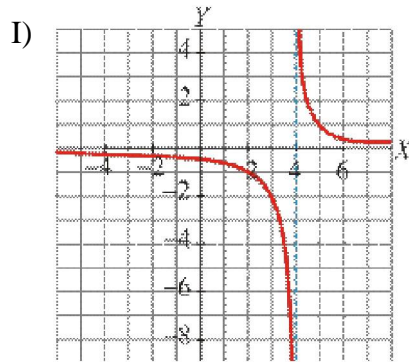
d) $y=L(x^2-3x+2)$ e) $y=L(\frac{x+1}{x-3})$; f) $y = \frac{L(-x^2+1)}{x-6}$ g) $y=L(x^2+x+10)$ h) $y=L(x^2-2x+1)$ i) $y=L(-x^2+9)$
soluciones: a) $(-6, \infty)$; b) $(-\infty, 1)$ c) $(3/2, \infty) - \{3, 4\}$ d) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$; e) $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$; f) $(-1, 1)$; g) \mathbb{R} ;
h) $\mathbb{R} - \{1\}$; i) $(-3, 3)$

30. Halla la función inversa de las siguientes funciones: a) $y=e^{3x+1}$; b) $y=2^{2x}-3$; c) $y=L(x-4)$

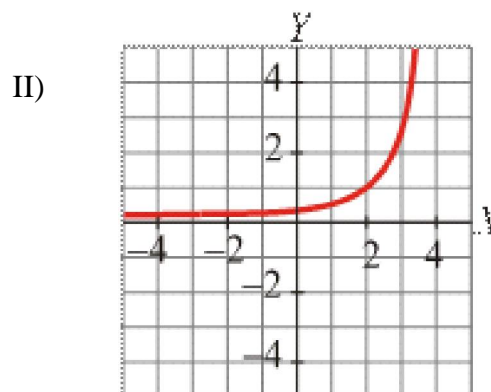
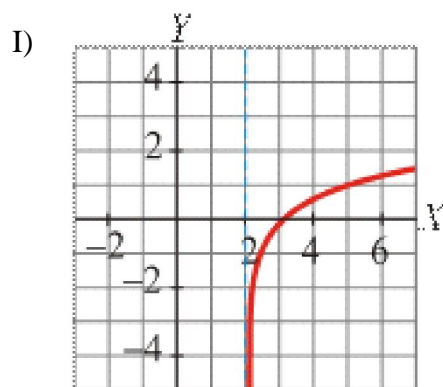
d) $y=Lx+5$. Soluc: a) $y = \frac{Lx-1}{3}$; b) $y = \frac{\log_2(x+3)}{2}$; c) $y=e^x+4$; d) $y=e^{x-5}$

31. Asocia cada una de las siguientes gráficas a su ecuación:

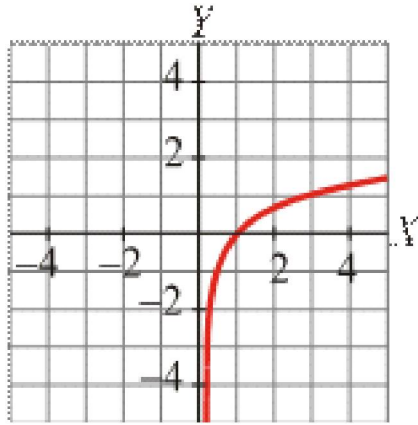
a) $y = \frac{1}{x-4}$; b) $y = \sqrt{2x}$; c) $y = \frac{1}{x} + 2$ D) $y = -\sqrt{x+1}$



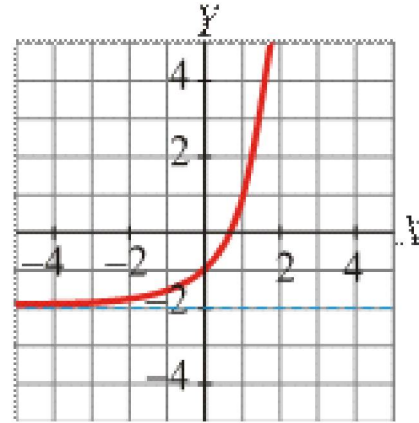
32. Asocia cada gráfica con la correspondiente ecuación: a) $y = 3^{x-2}$; b) $y = 3^x - 2$; c) $y = \log_3(x-2)$;



III)



IV)



33. Dibuja las siguientes gráficas estudiando previamente su continuidad:

$$a) y = \begin{cases} \sqrt{-x} & \text{si } x < -1 \\ |x| & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 2^x & \text{si } x > 1 \end{cases} ; b) y = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ x + 1 & \text{si } 0 < x < 3 \\ Lx & \text{si } x \geq 3 \end{cases} ; c) y = \begin{cases} 2^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ Lx & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

34. Estudia la continuidad de las siguientes funciones:

$$a) y = \begin{cases} \frac{x}{Lx} & \text{si } x > e \\ e & \text{si } x \leq e \end{cases} ; b) y = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{si } x \leq 1 \\ Lx + x & \text{si } 1 < x < e \\ Lx + 2x & \text{si } x \geq e \end{cases} ; c) y = \begin{cases} 2^x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ Lx + e^{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} e^{x^2} & \text{si } x \leq 0 \\ x + 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ Lx + 2x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

35. Responde verdadero o falso, justificando la respuesta:

- La función $y = (\frac{1}{3})^x$ es creciente en todo \mathbb{R}
- La función $y = \text{sen } x$ tiene un máximo en $x = \frac{\pi}{2}$
- La imagen de la función $y = \text{tg } x$ es $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
- La función $y = \text{sec } x$ tiene una asíntota vertical en $x = 0$
- La función $y = L(x+1)$ tiene por dominio $(0, \infty)$
- La función cosecante es convexa en $(0, \pi)$
- La función cotangente tiene AV en $x = 0$ y $x = \pi$
- La función $y = \text{cos } x$ es creciente en $[0, \pi]$
- La función $y = \text{sen } x$ es creciente en $(0, \pi)$
- La imagen de la función $y = \text{sec } x$ es $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$
- La función $y = \text{cosec } x$ tiene una asíntota vertical en $x = \pi$