

Boletín 2 funciones: dominios, composición, operaciones con funciones, función inversa

1. Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{6x-4}{x^2-x-2}$; b) $y = \sqrt{9-x^2}$; c) $y = \frac{6x^2-3x+1}{\sqrt{x^2-4}}$; d) $\frac{\sqrt{6x-4}}{x^2-x-2}$; e) $\frac{\sqrt{x^2-4}}{x-1}$; f) $y = \frac{x^2-4}{2x-5}$; g) $y = \sqrt{\frac{6x+1}{-3x+2}}$
 h) $y = \sqrt{\frac{x+4}{2x-6}}$; i) $y = \frac{3x-5}{x^2-5x+6}$; j) $y = \frac{\sqrt{3x-5}}{x^2-5x+6}$; k) $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2+1}$; l) $y = \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-5x+6}}$; m) $y = \frac{6x^2+2x-4}{x^2-x+5}$; n) $y = \frac{\sqrt{x^2-x+5}}{2x-3}$
 ñ) $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-3}}$

2. Calcula el dominio de las siguientes funciones: a) $y = \frac{6x-4}{x^2-7x+12}$; b) $y = \frac{3x-1}{\sqrt{-2x+4}}$;

c) $y = \sqrt{x^2+x}$; d) $y = \frac{\sqrt{x^2+4x+3}}{x^2+4x}$; e) $y = \sqrt{x^2-4}$ f) $\sqrt{\frac{x^2-9}{x^2+1}}$ g) $y = \frac{9-x^2}{x+3}$

h) $y = \frac{\sqrt{x^2-5x}}{x-3}$ i) $y = \sqrt{-12+7x-x^2}$ j) $y = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-4}}$

3. Estudia el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 9 - 4x^2$ b) $f(x) = \frac{x}{7-x^2}$ c) $f(x) = \frac{x-1}{x^3-2x^2-5x+6}$; d) $f(x) = 1 + \frac{1}{x} - \frac{x}{x-1}$

e) $f(x) = \sqrt[5]{\frac{x}{7-x^2}}$ f) $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x}}$; g) $f(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$ h) $f(x) = \frac{-2}{\sqrt{x^2-5x+6}}$

i) $f(x) = \frac{-2}{\sqrt{x^2-5x+6}}$; j) $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{3x-5}}$ k) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{3-x}}$ l) $f(x) = \frac{3-x}{x^2+1}$

4. Dadas las funciones $f(x)=3x-5$; $g(x)=1/x$; $h(x)=3x^2-1$; $l(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$; $m(x)=\sqrt{x}$; $n(x)=\sqrt{2x+6}$. Calcula: : a) $g \circ f$; b) $g \circ h$; c) $l \circ f$; d) $m \circ g$; e) $n \circ f$; f) $g \circ n$

5. Calcula la función inversa de las funciones f, g, m y n del ejercicio anterior

6. Calcula la inversa de las siguientes funciones: a) $y=2x-4$; b) $y = \frac{2x-3}{x+1}$; c) $y = \frac{x-7}{2x+3}$

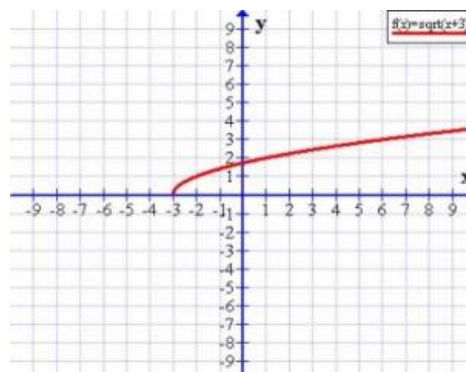
7. Dadas las funciones: $f(x) = \frac{1-x}{3x+1}$ $g(x) = \sqrt{x+2}$ Calcular: a) Sus dominios
 b) f^{-1} c) g^{-1} d) $f \circ f^{-1}$ y $g^{-1} \circ g$ ¿Qué observas? e) $f \circ g$ f) $g \circ f$ g) $g \circ g$

8. Dadas las funciones $f(x)=x^2/3$ y $g(x)=x+1$ Calcula a) $(f \circ g)(x)$; b) $(g \circ g \circ f)(x)$

9. Explica cómo se pueden obtener por composición las funciones p(x) y q(x) a partir de f(x) y g(x) siendo:

$$f(x) = 2x - 3, \quad g(x) = \sqrt{x-2}, \quad p(x) = 2\sqrt{x-2} - 3 \quad \text{y} \quad q(x) = \sqrt{2x-5}$$

10. Esta es la gráfica de la función $y = f(x)$



a) Calcula $f^{-1}(0)$ y $f^{-1}(2)$

b) Representa en los mismos ejes $f^{-1}(x)$ a partir de la gráfica de $f(x)$

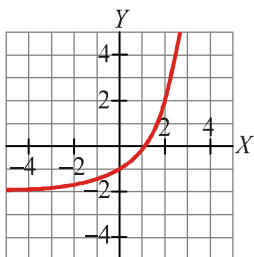
Boletín 2 funciones: dominios, composición, operaciones con funciones, función inversa

11. Calcula la función inversa de:

$$f(x) = \frac{-2x-1}{5}$$

12. Sabiendo que: $f(x)=3x^2$ y que $g(x)=\frac{1}{x+2}$. Explica cómo se pueden obtener por composición, a partir de ellas, las siguientes funciones: $p(x)=\frac{3}{(x+2)^2}$ y $q(x)=\frac{1}{3x^2+2}$

13. Dada la gráfica de la función $y = f(x)$:



a) Calcula $f^{-1}(-1)$ y $f^{-1}(0)$.

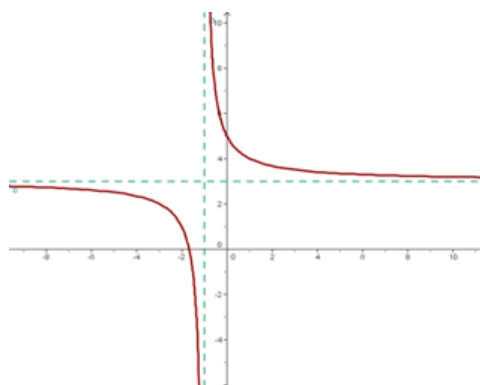
b) Representa gráficamente en los mismos ejes $f^{-1}(x)$, a partir de la gráfica de $f(x)$.

14. Esta es la gráfica de la función $y=f(x)$

Dibuja a partir de ella las gráficas de:

a) $y=f(x)+3$; b) $y=f(x+3)$; c) $y=f(-x)$;

d) $y = -f(x)$; f) $y=|f(x)|$

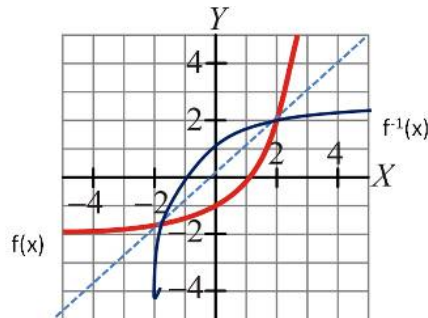


SOLUCIONES

- a) $D=\mathbb{R}-\{-1,2\}$; b) $D=[-3,3]$; c) $(-\infty,-2) \cup (2,\infty)$; d) $[2/3,\infty)-\{2\}$;
 e) $D=(-\infty,-2] \cup [2,\infty)$ f) $D=\mathbb{R}-\{5/2\}$; g) $[-1/6,2/3)$; h) $(\infty,-4) \cup (3,\infty)$; i) $D=\mathbb{R}-\{2,3\}$;
 j) $D=[5/3,\infty)-\{2,3\}$; k) $D=(-2,\infty)$; l) $D=(-\infty,2) \cup (3,\infty)$; m) $D=\mathbb{R}$; n) $D=\mathbb{R}-\{3/2\}$
 ñ) $D=(-\infty,-1] \cup (3,\infty)$
- a) $D=\mathbb{R}-\{3,4\}$; b) $D=(-\infty,2)$; c) $D=(-\infty,-1] \cup [0,\infty)$;
 d) $D=(-\infty,-3] \cup [-1,\infty) - \{-4,0\}$; e) $D=(-\infty,-2] \cup [2,\infty)$;
 f) $D=(-\infty,-3] \cup [3,\infty)$; g) $D=\mathbb{R}-\{-3\}$; h) $D=(-\infty,0] \cup [5,\infty)$;
 i) $D=[3,4]$; j) $D=(2,\infty)$
- a) $D=\mathbb{R}$; b) $D=\mathbb{R}-\{-\sqrt{7},+\sqrt{7}\}$; c) $D=\mathbb{R}-\{-2,1,3\}$; d) $D=\mathbb{R}-\{0,1\}$;
 e) $D=\mathbb{R}-\{-\sqrt{7},+\sqrt{7}\}$; f) $D=(0,\infty)$; g) $D=(-\infty,2] \cup [3,\infty)$; h) $D=(-\infty,2) \cup (3,\infty)$
 i) $D=\mathbb{R}-\{2,3\}$; j) $D=(-\infty,2] \cup (\frac{5}{3},\infty)$; k) $(-\infty,3)$; l) $D=\mathbb{R}$
- a) $(g \circ f)(x) = \frac{1}{3x-5}$; b) $(g \circ h)(x) = \frac{1}{3x^2-1}$; c) $(l \circ f)(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-5}}$;
 d) $(m \circ g)(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$; e) $(n \circ f)(x) = \sqrt{2(3x-5)+6}$; f) $(g \circ n)(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+6}}$
- $f^{-1}(x) = \frac{x+5}{3}$; $g^{-1}(x) = 1/x$; $m^{-1}(x) = x^2$; $n^{-1}(x) = \frac{x^2-6}{2}$
- a) $y = \frac{x+4}{2}$; b) $y = \frac{-3-x}{x-2}$; c) $y = \frac{-7-3x}{2x-1}$

Boletín 2 funciones: dominios, composición, operaciones con funciones, función inversa

7. a) $D(f)=\mathbb{R}-\{-1/3\}$; $D(g)=[-2,\infty)$; b) $f^{-1}(x)=\frac{1-x}{3x+1}$; c) $g^{-1}(x)=x^2-2$
 d) $(f \circ f^{-1})(x) = x$; $(g \circ g^{-1})(x) = x$; e) $(f \circ g)(x) = \frac{1-\sqrt{x+2}}{3\sqrt{x+2}+1}$;
 f) $(g \circ f)(x)=\sqrt{\frac{1-x}{3x+1} + 2}$; g) $(g \circ g)(x)=\sqrt{\sqrt{x+2} + 2}$
8. $(f \circ g)(x)=\frac{(x+1)^2}{3}$; $(g \circ g \circ f)(x)=\frac{x^2}{3} + 2$
9. $p(x)=(f \circ g)(x)$; $q(x)=(g \circ f)(x)$
11. $y=-\frac{5x+1}{2}$
12. $p(x)=(f \circ g)(x)$; $q(x)=(g \circ f)(x)$
13. $f^{-1}(-1)=0$; $f^{-1}(0)=1$



- 14.a) $y=f(x)+3$ se traslada la gráfica 3 unidades verticalmente hacia arriba; b) $y=f(x+3)$ Se traslada la gráfica 3 unidades horizontalmente hacia la izquierda; c) $y=f(-x)$ La gráfica resulta simétrica de la de $y=f(x)$ con respecto al eje OY; d) $y=-f(x)$ La función resulta simétrica de $y=f(x)$ respecto al eje OX; f) $y=|f(x)|$ la parte de la gráfica con alturas positivas queda como está, la que tiene alturas negativas queda simétrica de $y=f(x)$ con respecto al eje OX