

1. Halla el dominio y raíces de las siguientes funciones, represéntalas gráficamente e indica, a partir de sus gráficas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento:

$$a) y = \begin{cases} -2x + 4 & \text{si } -5 < x < -1 \\ 3x - 10 & \text{si } 1 \leq x < 10 \end{cases} ; b) y = \begin{cases} 6x - 5 & \text{si } x < 0 \\ 2x + 3 & \text{si } 0 < x < 1 \\ -2x + 5 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} ; c) y = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{si } -5 \leq x < -1 \\ 2x + 3 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x^2 - 5x + 6 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 1 & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ -x + 2 & \text{si } x > 3 \end{cases} ; e) y = \begin{cases} |2x - 4| & \text{si } x < 5 \\ x^2 - 9 & \text{si } x \geq 5 \end{cases} ; f) y = L(x^2 - 16)$$

2. Representa las siguientes funciones y halla su expresión analítica: a)  $y = |2x + 6|$ ; b)  $y = |-x + 2|$  c)  $y = |3x - 1|$ ; d)  $y = |x^2 - 2x - 3|$ ; e)  $y = |-x^2 - 3x + 4|$  f)  $y = |x^2 - 9|$ ;  $y = |x^2 - 2x + 3|$

3. Halla el dominio de las siguientes funciones y estudia su continuidad:

$$a) y = \begin{cases} \frac{x-5}{x-3} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x-2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases} ; b) y = \begin{cases} \frac{2x-3}{x+3} & \text{si } x \leq 0 \\ 5x + 4 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ \frac{3x-2}{\sqrt{x^2-4}} & \text{si } x > 1 \end{cases} ; c) y = \begin{cases} \sqrt{x^2-9} & \text{si } -10 < x \leq 3 \\ \frac{1}{\sqrt{x^2-4}} & \text{si } 3 < x \leq 10 \end{cases}$$

$$d) y = \begin{cases} \frac{2x+2}{x-1} & \text{si } x \neq 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \end{cases} ; e) y = \begin{cases} \frac{x+1}{x-5} & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{-x^2+1} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{3x+2}{x-7} & \text{si } 2 < x \leq 10 \end{cases}$$

4. Deduce las asíntotas verticales y horizontales de las siguientes funciones: a)  $y = \frac{x+1}{x-2}$ ;

$$b) y = \frac{2x+4}{x-1} \quad c) y = \frac{x-2}{x^2-1}$$

5. Representa gráficamente las funciones, hallando previamente su dominio:

$$a) y = \frac{1}{x+1}; b) y = \frac{1}{x-3}; c) y = \frac{x-2}{x+3} \quad d) y = \frac{-1}{x}; e) y = \frac{x+1}{x-4}$$

6. Representa gráficamente las funciones: a)  $y = \sqrt{x}$ ; b)  $y = -\sqrt{x}$ ; c)  $y = \sqrt{x-3}$ ; d)  $y = \sqrt{x+2}$ ; e)  $y = \sqrt{x} + 1$

7. Representa gráficamente las funciones y estudia su continuidad;  $y = \begin{cases} 3x - 5 & \text{si } x \neq 0 \\ 4 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ ;

$$y = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \end{cases}$$

8.-Dada la función  $f(x) = \frac{x+3}{x-5}$

a) Halla su dominio y asíntotas y represéntala gráficamente

b) Halla su función inversa y su imagen

c) Halla el dominio y la expresión analítica de  $(f+g)(x)$  siendo  $g(x) = \sqrt{3x-6}$

d) Halla  $(h \circ f)(x)$  siendo  $h(x) = \sqrt{3x^2 + 2x + 4}$

9. Halla el dominio de la función  $f(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{x-1}$ . ¿Puedes explicar en qué se diferencia la función  $f(x)$  de la función  $g(x) = x+3$ ?. Dibuja las gráficas de  $y=f(x)$  e  $y=g(x)$

10. Representa gráficamente la función  $y = \begin{cases} \frac{(x+2)(x-5)}{x-5} & \text{si } x \neq 5 \\ 1 & \text{si } x=5 \end{cases}$
11. Calcula a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)^2}{x^4-16}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+2}{x^2-x-2}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)^2}{x^2-9}$ ; d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^3-2x^2+4x-8}$ ;  
 e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-4x+3}{x^2-2x+1}$ ; f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3-6x^2+2x}{3x^5-5x^3+6x^2}$
12. Calcula a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3-2x+9}{2x^2+6x-2}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-6x+1}{-3x^2+4x}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-2}{3x^2+5}$  d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+4}{\sqrt{4x^2+2x-1}}$  e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+\sqrt{x^2-x+1}}{3x+6}$
13. Calcula las asíntotas horizontales y verticales de : a)  $y = \frac{5x}{x-1}$ ; b)  $y = \frac{x+1}{x^3+3x^2-x-3}$ ; c)  $y = \frac{x+2}{x^3+3x^2-4}$
14. Calcula a para que la función  $y = \begin{cases} 2x+a & \text{si } x < -3 \\ \frac{x^2-9}{x^3+2x^2-x+6} & \text{si } x > -3 \end{cases}$  tenga límite en  $x = -3$
15. Representa gráficamente las funciones: a)  $y = \frac{x^2-9}{x-3}$ ; b)  $y = \frac{3x-1}{x+4}$ ; c)  $y = \begin{cases} 3x-2 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2+1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ ,  
 para ello debes calcular previamente los límites en los puntos que consideres conflictivos y las asíntotas si fuese necesario.
16. Calcula: a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2-2x}$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-\sqrt{x}}{x-1}$ ; c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ; d)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$ ; e)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$ ; f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x}-1}{x^2-x}$   
 g)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-5}}{\sqrt{x^2-5x}}$ ; h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x-1} - \sqrt{x^2-x})$ ; i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$ ; j)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+x} - x)$   
 k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2-1})$ ; l)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+5x+6} - x)$
17. Estudia la continuidad de las siguientes funciones: a)  $y = \begin{cases} 3x-1 & \text{si } x < 0 \\ x^2-1 & \text{si } 0 \leq x < 3 \\ -x+2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$   
 b)  $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 0 \\ -x^2+1 & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ -x+3 & \text{si } x > 3 \end{cases}$ ; c)  $y = \begin{cases} -2x+4 & \text{si } x < 1 \\ x+1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ 2x-5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ ; d)  $y = \begin{cases} x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x-1 & \text{si } 2 \leq x < 3 \end{cases}$
18. Estudia la continuidad de las siguientes funciones: a)  $y = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2-x}{x^2-1} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{x+1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$   
 b)  $y = \begin{cases} \frac{x+5}{x^2-5} & \text{si } x \neq -5 \\ 3 & \text{si } x = -5 \end{cases}$ ; c)  $y = \begin{cases} \frac{x-4}{x+1} & \text{si } x \leq 0 \\ 3x+1 & \text{si } 0 < x < 2 \\ 2x+3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$  d)  $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
19. Estudia la continuidad de las siguientes funciones a)  $y = \frac{5}{x^4-16}$ ; b)  $y = \frac{x-7}{x^3-x^2-11x+3}$ ;  
 c)  $y = \frac{x+1}{|x|}$ ; d)  $y = |3x-6|$
20. Calcular el valor de a para que las siguientes funciones sean continuas en todo R:  
 a)  $y = \begin{cases} \frac{x^2-25}{x-5} & \text{si } x \neq 5 \\ a & \text{si } x = 5 \end{cases}$ ; b)  $y = \begin{cases} x+1 & \text{si } x < 1 \\ 3-ax^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ ; c)  $y = \begin{cases} |3-x| & \text{si } x < 7 \\ ax+4 & \text{si } x \geq 7 \end{cases}$ ; d)  $y = \begin{cases} \frac{x^3+2x}{x} & \text{si } x < 0 \\ 2x+a & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$   
 e)  $y = \begin{cases} x^2+ax & \text{si } x < 2 \\ a-x^2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ ; f)  $y = \begin{cases} x^2+2x+1 & \text{si } x < 1 \\ 3-ax^2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

21. Calcular los valores de a y b que hacen continuas en todo R las siguientes funciones:

$$a) y = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 & \text{si } x > 1 \end{cases} ; b) y = \begin{cases} \frac{1}{x^2+1} & \text{si } x < 0 \\ ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ x - 5 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

22.-a) Halla la expresión analítica y representa gráficamente la función  $y = |-x^2 + 5x - 6|$

$$b) \text{Dada la función } f(x) = \begin{cases} -2x + 4 & \text{si } x < -1 \\ x^2 - 2x & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ 3x & \text{si } x < 0 \end{cases} \text{ halla los límites en los puntos conflictivos y representala gráficamente. Indica, a partir de la gráfica, su imagen, raíces e intervalos de crecimiento y decrecimiento.}$$

23.-Halla los límites en los puntos conflictivos y las asíntotas horizontales y verticales de las funciones:

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x}{x - 1} & \text{si } x < 1 \\ \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2 - 1} & \text{si } 1 < x < 3 \\ \frac{3x^2 - 2}{x^2 - 9} & \text{si } 3 \leq x \end{cases} ; b) g(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x \neq 5 \\ 3x - 2 & \text{si } x = 5 \end{cases} ; c) h(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x^3 + x^2 - 5x + 3}$$

$$24\text{-Dadas las funciones } f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x - 1 & \text{si } 0 < x < 1 \\ -2x + 4 & \text{si } x \geq 1 \end{cases} ; g(x) = \begin{cases} |x + 1| & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Estudia su continuidad y representalas gráficamente . Indica a partir de sus gráficas: dominio, imagen, intervalos de crecimiento y decrecimiento y raíces.

25.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - x)$ ; b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x + 4}{2x - 8}\right)^{-3x}$  ; c) Asíntotas de la función

$$y = \frac{x^2 + x - 6}{x^3 + 4x^2 - 3x - 18}$$

26.-a) Estudia la continuidad y representa gráficamente la función  $y = \begin{cases} |\cos x| & \text{si } x < 0 \\ e^x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ Lx & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b) Estudia la continuidad de la función  $y = \begin{cases} L(-x) & \text{si } x < 0 \\ \operatorname{tg} x & \text{si } 0 \leq x \leq \pi \\ \operatorname{sec} x & \text{si } \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$

27. Estudia la continuidad de la función  $y = \begin{cases} L\left(\frac{x^2 + 2x}{x}\right) & \text{si } x < 0 \\ \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{sen} x} & \text{si } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{sec} x} & \text{si } \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$

28. Representa gráficamente la función  $y = \begin{cases} \operatorname{tg} x & \text{si } x \leq 0 \\ e^x & \text{si } 0 < x < 1 \\ Lx & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

29. Dominio de  $y = \sqrt{\cos x}$  ;  $y = \frac{L(x^2 - x - 6)}{x}$

30. Halla la función inversa de:  $y = e^{3x+1}$  e  $y = \log_2 \sqrt{x+3}$

31. Estudia la continuidad de  $y = \begin{cases} \text{sen } x & \text{si } x < 0 \\ e^x & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ L\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 - x}\right) & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

32 Representa gráficamente la función  $y = \begin{cases} \text{tg } x & \text{si } x < 0 \\ \text{sen } x & \text{si } 0 \leq x \leq \pi \\ \cos x & \text{si } \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$

33. Dominio y asíntotas de: a)  $y = e^{\frac{x^2-1}{x+2}}$  ; b)  $y = \frac{L(x^2 - 1)}{x+2}$

34. Halla las asíntotas horizontales y verticales a)  $y = e^{\frac{x^2+1}{x-4}}$  ; b)  $y = \frac{L(x^2 - 4)}{x}$  c)  $y = e^{\frac{x^2}{x-2}}$  ;  
d)  $y = L\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$