Boletín de Geometría Analítica

1) Si las coordenadas de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son (3,5) y (-2,1) respectivamente, obtén las coordenadas de:
   a) $-2\,\vec{a} + 1/2\,\vec{b}$ b) $1/2\,(\vec{a}+\vec{b}) - 2/3\,(\vec{a}-\vec{b})$
2) Halla el vector $\vec{b}$ tal que $\vec{c} = 3\vec{a} - 1/2\vec{b}$, siendo $\vec{a} = (-1,3)$ y $\vec{c} = (7, -2)$
3) Expresa $\vec{a} = (-1, -8)$ como combinación lineal de $\vec{b} = (3, -2)$ y $\vec{c} = (4, 1/2)$
4) ¿Cuáles de los siguientes pares de vectores forman una base? ¿Por qué?
   a) (3, -1) y (1, 3) b) (2, 6) y (2/3, 2)
5) Dados $\vec{a} = (2, 3)$, $\vec{b} = (-3, 1)$ y $\vec{c} = (5, 2)$ calcula:
   a) $(\vec{a}\,.\,\vec{b})\vec{c}$ b) $(\vec{b}\,.\,\vec{b})\vec{a}$ c) $\vec{a}\,.\,\vec{c} - \vec{b}\,.\,\vec{c}$ d) $(3\vec{a} - 2\vec{b})\vec{c}$
6) Halla el valor de m para que el módulo del vector (3/5, m) sea igual a 1.
7) Calcula x de modo que el producto escalar de $\vec{a} = (3, 5)$ y $\vec{b} = (x, 2)$ sea igual a 7. ¿Qué ángulo forman los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$?
8) Dado el vector $\vec{a} = (6, -8)$, determina:
   a) Los vectores unitarios de la misma dirección que $\vec{a}$.
   b) Los vectores ortogonales a $\vec{a}$ que tengan el mismo módulo que $\vec{a}$.
   c) Los vectores unitarios y ortogonales a $\vec{a}$.
9) Siendo $\vec{a} = (5, b)$ y $\vec{b} = (a, 2)$, halla a y b, sabiendo que $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son ortogonales y $|\vec{b}| = \sqrt{13}$
10) Dados $\vec{a} = (2, 1)$ y $\vec{b} = (6, 2)$, halla un vector $\vec{c}$ tal que $\vec{c}\,.\,\vec{a} = 1$ y $\vec{c} \perp \vec{b}$
11) Sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores unitarios que forman un ángulo de 60º, calcula $\vec{a}\,.\,\vec{b}$
12) Determina si los puntos A(-1, -2), B(2, 7) y C(1, 2) están alineados.
13) Determina k para que los puntos A(-3, 5) , B(2, 1) y C(6, k) estén alineados.
14) El punto P(5, -2) es el punto medio del segmento AB del que conocemos el extremo A(2, 3). Halla B
15) Halla el simétrico de P(1, -2) respecto del punto H(3, 0).
16) Escribe las ecuaciones vectorial, paramétricas, continua y general de la recta que pasa por A(-3, 7) y tiene dirección paralela al vector $\vec{a}(4, -1)$. Obtén otro punto de dicha recta.
17) Escribe la ecuación de la recta que pasa por P(6, -2) y Q(0, 5) de todas las formas posibles.
18) Obtén, para cada una de las siguientes rectas, un vector director, un vector normal y su pendiente:
   $r_1: \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 5t \end{cases}$ $r_2: \dfrac{x+3}{2} = \dfrac{1-y}{4}$ $r_3:\ x + 3 = 0$ $r_4:\ y = 1/3\,x + 2/3$
19) Dada la recta $r: \begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = 2 + t \end{cases}$ escribe las ecuaciones, en forma explícita, de:
   a) La recta paralela a r que pasa por A(-1, -3)
   b) La recta perpendicular a r que pasa por B(-2, 5)
20) Halla la ecuación de la recta que pasa por P (1, -3) y es:
   a) Paralela a la recta $2x - 3y + 5 = 0$. En forma paramétrica.
   b) Perpendicular a la recta $x + y - 3 = 0$. En forma continua.
   c) Paralela a la recta $2y - 3 = 0$
   d) Perpendicular a la recta $x + 5 = 0$

21) Halla la ecuación paralela a 2x – 3y = 0 cuya ordenada en el origen es -2.

22) Dada la recta 4x + 3y – 6 = 0, escribe la ecuación de la recta perpendicular a ella en el punto de corte con el eje de ordenadas.

23) Escribe las ecuaciones paramétricas y general de las rectas:

a) Su vector de posición es (-3, 1) y su vector de dirección es perpendicular a (0, -2)

b) Pasa por A(5, -2) y es paralela a $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \end{cases}$

c) Pasa por A(1, 3) y es perpendicular a la recta de ecuación 2x -3y +6 = 0

d) Es perpendicular al segmento PQ en su punto medio, siendo P(0, 4) y el punto Q(-6, 0)

24) De una cierta recta r conocemos su pendiente m=2/3. Halla la recta s en cada caso:

a) s es paralela a la recta r y pasa por el origen de coordenadas.

b) s es perpendicular a la recta r y contiene al punto (1, 2).

25) Calcula el valor de los parámetros *k* y *t* para que las siguientes rectas se corten en el punto A(1,2).
r: $kx - ty - 4 = 0$
s: $2tx + ky - 2 = 0$

26) Determina el valor de *k* para que las rectas r y s sean paralelas:

r: $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-2}$ s: $\frac{x+5}{-6} = \frac{y-1}{k}$

27) Estudia la posición relativa de los siguientes pares de rectas:

r: 5x + y + 7 = 0
s: $\begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -10t - 3 \end{cases}$

r: 3x + 5y + 10 = 0
s: -3x + 5y + 10 = 0

28) Las diagonales de un rombo son perpendiculares entre sí. Calcula las ecuaciones de las diagonales de un cuadrilátero de vértices A(8, 3), B(6, -1), C(2, 0) y D(4, 4) y comprueba si es un rombo o no.

29) Halla para qué valor de b, la recta x – by = -4b -1 es coincidente con la recta que pasa por los puntos P(-1, 4) y Q(2, 3)

30) Los vértices opuestos de un cuadrado son los puntos A(0, 3) y C(4, 0). ¿Cuáles son las coordenadas de los otros vértices? ¿Cuál es el área del cuadrado?

Soluciones del boletín de Geometría Analítica

1) a) (-7, -19/2) b) (-17/6, 1/3)

2) (-20, 22)

3) m= 63/19 n= -16 + 252/19

4) a) Forman porque tienen distinta dirección

b) NO forman base porque tienen la misma dirección (2, 6) =3 (2/3, 2)

5) a) (-15, -6) b) (20, 30) c) 29 d) 74

6) m_1= 4/5 m_2= -4/5

7) x= -1, α = 57º31'44"

8) a) (3/5, -4/5) o (-3/5, 4/5)

b) (8, 6) o (-8, - 6)

c) (4/5, 3/5) o (-4/5, -3/5)

9) Hay dos soluciones: $a_1 = 3$, $b_1 = -15/2$ o $a_2 = -3$, $b_2 = 15/2$

10) (-1 , 3)

11) 1/2

12) NO están alineados

13) -11/5

14) (8, -7)

15) (5, 2)

16) La ecuación vectorial es: (x, y) = (-3, 7) + k (4, -1)

Las paramétricas: x= -3 + 4k, y= 7 – k

Puntos: (1,6), (5,5), (9,4), (13,3) ...

17) Ec. Vectorial (x, y)= (6,-2) + k (-6,7)

Ecs. Paramétricas x=6-6k ; y=-2+7k

Ec. Continua $\frac{x-6}{-6} = \frac{y+2}{7}$

Ec. General 7x + 6y – 30= 0

Ec. Explícita y= -7/6 x + 5

18) a) Dirección (2, 5) Normal (-5,2) Pendiente 5/2

b) Dirección (2, -4) Normal (4,2) Pendiente -2

(Fijaos que aparece $\frac{1-y}{4} = \frac{-(y-1)}{4} = \frac{y-1}{-4}$)

c) Dirección (0, 1) Normal (-1, 0) o (1, 0) Pendiente: no tiene, recta vertical

d) Dirección (3, 1) Normal (-1, 3) Pendiente 1/3

19) a) y= -1/5x – 16/5 b) y= 5x +15

20) a) x= 1 + 3t b) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{1}$ c) y= -3 d) y=-3

y= -3 + 2t

21) y= 2/3x-2 o 2x -3y – 6 = 0

22) 3x – 4y + 8 = 0

23) a) $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -2 + 2t \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ d) $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$

y-1=0 2x+y-8=0 3x+2y-9=0 3x+2y+5=0

ó 6x+4y+10=0

24) a) y= 2/3x b) y= -3/2x + 7/2

25) k=2, t=-1

26) k=4

27) a) Paralelas b) Secantes

28) Ecuaciones de las diagonales, recta que pasa por A y C y otra pasa por B y D.

Primera: vector director (6, 3), punto (2, 0) : x – 2y – 2= 0 (simplificad)

Segunda: vector director (-2, 5), punto (4, 4) : 5x + 2y – 28 = 0

Para comprobar si es un rombo probemos si las diagonales son perpendiculares. Hacemos su producto escalar. $6.(-2)+3.5=3\neq 0$, NO son perpendiculares así pues no es un rombo.

29) b= -3. Tienen que tener vectores directores paralelos y además un punto en común (comprobadlo).

30) El cuadrado tiene diagonales perpendiculares e iguales.

Calculad la diagonal que pasa por B y D, es perpendicular a la de A y C pasando por el punto medio del segmento AC: $8x - 6y - 7 = 0$ (de $4x - 3y - 7/2=0$)

Vértices (ptos de esa recta a 2'5u del pto medio): B=(7/2, 7/2) y D=(1/2,-1/2)

Los vectores AB, AD, BC y CD tienen todos ellos módulo $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ por lo tanto el área del cuadrado es 12'5u^2.