Ejercicios y problemas de la ecuación de la recta I

1. Una recta pasa por el punto A(-1, 3) y tiene un vector director $\vec{v}$ = (2,5). Escribir su ecuación vectorial.
2. Una recta pasa por el punto A(-1, 3) y tiene un vector director $\vec{v}$ = (2,5). Escribir sus ecuaciones paramétricas.
3. Una recta pasa por el punto A(-1, 3) y tiene un vector director $\vec{v}$ = (2,5). Escribir su ecuación continua.
4. Escribir la ecuación punto pendiente de:

   a) Una recta pasa por el punto A(-1, 3) y tiene un vector director $\vec{v}$ = (2,5).
   b) Una recta que pasa por los puntos A(-2, -3) y B(4,2).
   c) Una recta que pasa por A(-2, -3) y tiene una inclinación de 45°.
5. Escribir la ecuación general de la recta que:

   a)Pasa por A (1,5) y tiene como vector director $\vec{v}$ igual (2,1). b)Pasa por A (1,5) y tiene como pendiente m=-2.
6. Hallar la ecuación en forma explícita de la recta que pasa por A (1,5) y tiene como pendiente m=-2.
7. Hallar la ecuación de la recta que pasa por A(1,3) y B(2,-5).
8. Escribe de todas las formas posibles la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(1,2) y B(-2,5).
9. Hallar la pendiente y la ordenada en el origen de la recta $3x + 2y - 7 = 0$.
10. Estudiar la posición relativa de las rectas de ecuaciones:
    $r: 2x + 3y - 4 = 0$; $s: x - 2y + 1 = 0$; $t: 3x - 2y - 9 = 0$; $l: 4x + 6y - 8 = 0$
    $m: 2x - 4y - 6 = 0$ $n: 2x + 3y + 9 = 0$
11. ¿Son secantes las rectas $r \equiv x + y - 2 = 0$ y $s \equiv x - 2y + 4 = 0$? En caso afirmativo calcular el punto de corte.
12. Clasificar el triángulo determinado por los puntos: A(6, 0), B(3,0) y C(6, 3).
13. Clasificar el triángulo determinado por los puntos: A(4, -3), B(3,0) y C(0, 1).
14. De un paralelogramo ABCD conocemos A(1, 3), B(5, 1), C(-2, 0). Halla las coordenadas del vértice D.
15. Se tiene el cuadrilátero ABCD cuyos vértices son A(3, 0), B(1, 4), C(-3, 2) y D(-1, -2). Comprueba que es un paralelogramo y determina su centro.
16. De un paralelogramo se conoce un vértice, A(8, 0), y el punto de corte de las dos diagonales, Q(6, 2). También sabemos que otro vértice se encuentra en el origen de coordenadas. Calcular:
    a) Los otros vértices.
    b) Las ecuaciones de las diagonales.
    c) La longitud de las diagonales.
17. Hallar la ecuación de la recta r, que pasa por A(1,5), y es paralela a la recta $s \equiv 2x + y + 2 = 0$.
18. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto A(2, -3) y es paralela a la recta que une los puntos B(4, 1)) y C(-2, 2).
19. La recta $r \equiv 3x + ny - 7 = 0$ pasa por el punto A(3,2) y es paralela a la recta $s \equiv mx + 2y - 13 = 0$. Calcula m y n.
20. Dado el triángulo ABC, de coordenadas A(0, 0), B(4, 0) y C(4, 4); calcula la ecuación de la mediana que pasa por el vértice B.
21. Los puntos A(-1, 3) y B(3, -3), son vértices de un triángulo isósceles ABC que tiene su vértice C en la recta $2x - 4y + 3 = 0$ siendo AC y BC los lados iguales. Calcular las coordenadas del vértice C.

22. Encontrar la ecuación de la recta r paralela a 2x-3y =4 que pasa por el punto de intersección de las rectas s y t de ecuaciones y =3x-1 , x +2y=-3
23. Encuentra la ecuación de la recta que tiene por dirección el vector v(-1, 3) y pasa por el punto de corte de las rectas de ecuaciones x + y =1 y 2x-3y=0
24. Halla la ecuación de la recta perpendicular a x+3y-5=0 y que pase por el punto A(0,3)
25. Halla la ecuación de las alturas del triángulo de vértices A(0,0), B(1,4) y C(1,-2)
26. Halla la ecuación de la recta perpendicular a r: 3x-2y+4=0 que pasa por el punto de intersección de las rectas s: x+y-2=0 y m: 3x+y-4=0
27. Halla la ecuación de la recta perpendicular a r: $\begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = -1 + \lambda \end{cases}$ que pase por el origen de coordenadas
28. Halla m para que las rectas r: 3x-2y+5=0 y s: 4x-my+1=0 sean a) paralelas; b)perpendiculares
29. Halla la ecuación de los dos ejes coordenados y de las paralelas a ellos que pasan por el punto A (1,2)

Soluciones:

1. (x,y)=(-1,3)+λ(2,5);
2. $\begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = 3 + 5\lambda \end{cases}$;
3. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5}$;
4. a) 5/2(x+1)=y-3, b) 5/6(x+2)=y+3; c)x+2=y+3;
5. a) x-2y+9=0, b) 2x+y-7=0;
6. y=-2x+7;
7. 8x+y-11=0;
8. Ec. general: 3X+3Y-9=0, ec. vectorial: (x,y)=(1,2)+λ(-3,3), ec. paramétricas: $\begin{cases} X = 1 - 3\lambda \\ Y = 2 + 3\lambda \end{cases}$
   Ec. Continua: $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{3}$;
9. m=-3/2, ordenada en el origen y=7/2;
10. r y s secantes, r y t perpendiculares, r y l la misma recta, r y m secantes, r y n paralelas s y t secantes, s y l secantes, s y m paralelas, s y n secantes; t y l perpendiculares, t y m secantes, t y n perpendiculares; l y m secantes, l y n paralelas ; m y n secantes
11. $\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-2}$ por tanto son secantes. Punto de corte (0,2);
12. El triángulo es isósceles al ser $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ y es rectángulo por ser $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$;
13. Es isósceles al ser $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$
14. D(-6,2);
15. Para comprobar que es un paralelogramo hay que demostrar que los lados son paralelos dos a dos e iguales dos a dos. $\overrightarrow{AB} = (-2,4), \overrightarrow{DC} = (2,-4)$ se comprueba que ambos son paralelos por ser $\frac{-2}{2} = \frac{4}{-4}$. Al hallar sus módulos ambos dan $\sqrt{20}$ por tanto si es un paralelogramo. ;
16. a) A(8,0); B(0,0) C(x,y) el punto medio de AC es Q (6,2) aplicando la fórmula del punto medio de un segmento se obtiene que C(4,4). Para hallar el vértice D hacemos lo mismo con el segmento BD obteniendo que D(4,12); b) ecuación de la diagonal AC 4x+4y-32=0, ecuación de la diagonal BC 12x-4y=0; c) La longitud de las diagonales es el módulo de los vectores $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{32}\ y\ |\overrightarrow{DB}| = \sqrt{160}$;
17. 2x+y-7=0;
18. X+6y+16=0;
19. n=-1, m=-6;
20. 2x+2y-8=0;

21. Que el triángulo sea isósceles siendo AC y BC los lados iguales significa que $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$; Llamando a C(x,y) tenemos que $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2}$, $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(x-3)^2 + (y+3)^2}$ igualando se obtiene la ecuación$\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2}$=$\sqrt{(x-3)^2 + (y+3)^2}$, elevando al cuadrado ambos miembros y operando se obtiene la ecuación 2x-3y-2=0, intersecamos dicha ecuación con la de la recta 2x-4y+3=0 que sabemos que también pasa por C y resolviendo el sistema obtenemos C(17/2, 5);
22. Punto de intersección (-1/7, -10/7), recta: 2x-3y-4=0
23. punto de intersección (3/5,2/5), recta 3x+y-11/5=0
24. 3x-y+3=0
25. Altura que pasa por A: y=0, altura que pasa por B: x-2y+7=0; altura que pasa por c: x+4y+7=0
26. Punto de corte (1,1) recta: 2x+3y-5=0
27. 2x+y=0
28. a)m=8/3, b) m=-6
29. Ecuación del eje OX: y=0, ecuación del eje OY: x=0; ecuación de la paralela al eje OX pasando por A(1,2): y=2, ecuación de la paralela al eje OX pasando por A(1,2): x=1