Ejercicios de funciones 1º Bachillerato (2)

1 Hallar el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x)=\frac{3x+5}{x-2}$ b) $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ c) $f(x)=\sqrt{4-x^2}$; d) $f(x)=\sqrt{x^2+4}$

e) $f(x)=x^2-5x+4$ f) $f(x)=\frac{3}{x^2-5x+4}$ g) $f(x)=\sqrt{\frac{x^2-9}{x^2}}$; h)

$f(x)=\text{Ln}\left(\frac{2x+1}{x^2-1}\right)$ i) $f(x)=\left(\frac{x-1}{x^2-1}\right)^{2x-3}$ j) $f(x)=\frac{9-x^2}{x+3}$; k)

$f(x)=\text{Ln}\left(\frac{2x}{x-2}\right)$ l) $f(x)=\frac{7}{(x^2-9)\cdot(x^2-4)}$; m) $f(x)=\sqrt{x^2-7x+8}$

n) $f(x)=\sqrt{-12+7x-x^2}$ o) $f(x)=\sqrt{\frac{x+2}{x^2-4}}$

2 Realizar las composiciones indicadas con las funciones propuestas:

a $f(x)=2x+1$, $g(x)=x^2-3$, $h(x)=\frac{x-5}{2}$

$(f\circ g)(x)$, $(h\circ g)(x)$, $(f\circ g\circ h)(x)$

b $f(x)=\frac{3x-3}{x+2}$, $g(x)=\frac{2x-1}{2x+1}$, $h(x)=\frac{1}{x}$

$(f\circ f^{-1})(x)$, $(f\circ h)(x)$, $(f\circ h\circ g)(x)$

c $f(x)=\sqrt{x}$, $g(x)=\frac{1}{x+2}$, $h(x)=x^3$

$(f\circ h)(x)$, $(g\circ h)(x)$, $(h\circ g)(x)$, $(g\circ f)(x)$, $(h\circ f\circ g)(x)$

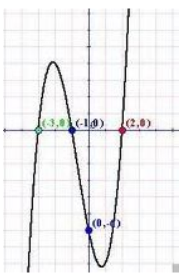
3 Calcular la función inversa de las siguientes funciones, comprobando el resultado: a) $f(x)=3x+4$ b) $f(x)=2x-5$ c) $f(x)=\frac{5x-2}{3}$ d) $f(x)=\frac{2x-9}{-7}$ e) $f(x)=\frac{x+2}{x-1}$

f) $f(x)=\frac{3x-2}{1-x}$ g) $f(x)=3x-2$ h) $f(x)=\frac{1}{x+2}$

i) $f(x)=\sqrt[3]{x-1}$ j) $f(x)=x^3+1$ k) $f(x)=\sqrt{x^2-10}$ l) $f(x)=\sqrt{x-4}$

m) $y=e^x-4$; n) $y=2^{x+3}-7$; o) y=L(x-2); p) y=L(6x+5) q) y=L(3x)-4 ; r)y=senx

s) y=cos(3x); t) y= 5 tgx; u) y= arc sen(x/3) v) y= $\frac{arctgx}{5}$

4 

A partir de la gráfica de la función adjunta, y=f(x) , dibuja: y=f(x)+3; y=f(x)-2; y=f(x+1); y=f(x-4); y=-f(x); y=|f(x)|; y=|f(x)|-1

5. Halla la expresión analítica de las funciones a) $y=\dfrac{|x+1|}{x}$; b) $y=|x^2-6x+5|$ c)$y=|3x-2|$ y representa gráficamente las dos últimas.

6. Estudiar el dominio y la continuidad de las funciones

$$\text{a) } f(x)=\begin{cases} -x & \text{si } x\le 2 \\ -1 & \text{si } 2<x\le 5 \\ x-6 & \text{si } x>5 \end{cases} \qquad \text{b) } f(x)=\begin{cases} 3 & \text{si } x<-1 \\ 1-2x & \text{si } -1\le x<1 \\ 3x-1 & \text{si } x\ge 1 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x)=\begin{cases} 5x-2 & \text{si } x\le 1 \\ -2 & \text{si } x=2 \\ \dfrac{1}{2}x & \text{si } x>2 \end{cases} \qquad \text{d) } f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{si } x\ne 2 \\ 3 & \text{si } x=2 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x)=\begin{cases} x-2 & \text{si } x>3 \\ \dfrac{x+2}{x-2} & \text{si } x\le 3 \end{cases} \qquad \text{f) } f(x)=\begin{cases} -1 & \text{si } -8\le x<-4 \\ x+2 & \text{si } -4\le x<2 \\ \dfrac{8}{x} & \text{si } 2\le x \end{cases}$$

$$\text{g) } f(x)=\begin{cases} \left|x^2-4\right| & \text{si } -4\le x\le 4 \\ 2x+1 & \text{si } x>4 \end{cases} \qquad \text{h) } f(x)=\begin{cases} 2x & \text{si } x<0 \\ x^2+1 & \text{si } 0\le x\le 4 \\ \dfrac{1}{x-4} & \text{si } x>4 \end{cases}$$

$$\text{i) } f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{2} & \text{si } -4\le x<0 \\ x^2 & \text{si } 0<x<2 \\ \dfrac{x+6}{2} & \text{si } 2\le x\le 4 \end{cases} \qquad \text{j) } f(x)=\begin{cases} -3 & \text{si } x<-2 \\ 3x+3 & \text{si } -2\le x<0 \\ -x^2+2x+3 & \text{si } 0\le x<3 \\ x^2-9x+18 & \text{si } x>3 \end{cases}$$

$$\text{k) } f\left(x\right)=\begin{cases} \dfrac{1-x^2}{1+x} & \text{si } x<-1 \\ x+3 & \text{si } x\ge -1 \end{cases} \qquad \text{l) } f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{si } x\ne 2 \\ 3 & \text{si } x=2 \end{cases}$$

7. Estudia la continuidad de las siguientes funciones

$$\text{a) } f(x)=\frac{1}{x} \qquad \text{b) } f(x)=\frac{1}{x^2-3x+2} \qquad \text{c) } f(x)=\sqrt{x^2-5x+6}$$

$$\text{d) } f(x)=\frac{4}{x^3-9x^2+11x+21} \qquad \text{e) } f(x)=\sqrt{9-x^2}$$

f) $f(x)=\sqrt{x^2-16}$ g) $f(x)=\sqrt{x^2-x-6}$ h) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-5}}{x^2-4}$

8. Calcular el valor de k para que la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x-1}{x^2-1} & \text{si } x\neq 1\\ k & \text{si } x=1\end{cases}$, sea continua en x = 1.

9. Indica para qué valores de a y b son continuas las funciones:

a) $f(x)=\begin{cases}x+1 & \text{si } x<-1\\ a+x^2 & \text{si } -1\le x\le 1\\ (b-x)^2 & \text{si } x>1\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & \text{si } x<0\\ ax+b & \text{si } 0\le x\le 3\\ x-5 & \text{si } x>3\end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases}x^2+a & \text{si } x\le -1\\ x+1 & \text{si } x\in(-1,1)\\ 2-b & \text{si } x\ge 1\end{cases}$

10. Indica para qué valores de k son continuas las siguientes funciones:

a) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2-x}{4-x^2} & \text{si } x\neq 2\\ x-k & \text{si } x=2\end{cases}$ b) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-2x+1}{x-1} & \text{si } x\neq 1\\ k & \text{si } x=1\end{cases}$

11. Calcula las asíntotas horizontales y verticales de a)y=$\dfrac{5x}{x-1}$; b) y=$\dfrac{x+1}{x^3+3x^2-x-3}$;

c)y=$\dfrac{x+2}{x^3+3x^2-4}$; d) y=$\dfrac{\sqrt{x}+1}{x-1}$; e) y=$e^{1/x}$ f) y=L(x-4); g) y=$\dfrac{6x+18}{\sqrt{x^2-5x+6}}$;

h)y=$\begin{cases}\sqrt{-x^2+9} & si\ x<2\\ \dfrac{2x+1}{x-1} & si\ 2\le x<3\\ \dfrac{x+3}{x-7} & si\ x\ge 4\end{cases}$

12. Calcular los siguientes límites de funciones:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+2x-1}=$ (sol-2)	2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-x^2+5x+3}{x^2-3x+4}=$ (sol 3/4)	3) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-x^2}{x^5+1}$ (sol:0)
4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}=$ (sol 0)	5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{2+x}-\frac{1}{2}}{x}=$ (sol -1/4)	6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\frac{1}{5+x}-\frac{1}{5}}{x}=$ (sol -1/25)

7) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}=$ (sol: $\propto$)	8) $\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}=$ (sol $\propto$)	9) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-3x^2+3x+1}{x^3-x^2-x+1}=$ (sol: ∞)
10) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{x^2-1}=$ (sol:-1/2)	11) $\lim_{x\to 1}\frac{x^5-1}{x^3-1}=$ (sol 5/3)	12) $\lim_{x\to -1}\frac{x^5+1}{x^3+1}=$ (sol: 5/3)
13) $\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x-1}}=$ (sol: 0)	14) $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}=$ (sol: ½)	15) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$ (sol: $\frac{1}{2\sqrt{3}}$)
16) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x^2-4}=$ (sol ¼)	17) $\lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{x^2+4x+4}=$ (sol $\propto$)	18) $\lim_{x\to 3}\frac{1-\sqrt{x-2}}{x^2-9}=$ (sol-1/12)
19) $\lim_{x\to 3^+}\left(\frac{x-1}{2x-4}\right)^{\frac{1}{x-3}}$ $Sol(1/\sqrt{e})$	20) $\lim_{x\to -2}\frac{x^3+6x^2+12x+8}{x^3-2x^2-4x+8}=$ (sol:0)	21) $\lim_{x\to -\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ (sol -1)
22) $\lim_{x\to\infty}\frac{x+2}{\sqrt{x+3}-1}$ (sol $\propto$)	23) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} x}{x}$ (sol 1)	24) $\lim_{x\to 4}\frac{1-\sqrt{x-3}}{x^2-16}=$ (sol -1/16)
25) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-x}-x\right)=$ (sol -1/2)	26) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+1}\right)=$ (sol:0)	27) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-5}-x\right)=$ (sol:0)
28) $\lim_{x\to 3}\left(\frac{x}{x-3}-\frac{3}{x-3}\right)=$ (sol 1)	29) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-1}{x^4-1}=$ (sol ¾)	30) $\lim_{x\to 2}\left(\frac{x-2}{x^2-4}-\frac{x^2-4}{x-2}\right)$ (sol -15/4)
31) $\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^2-1}{x}=$ (sol 2)	32) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2x+3}-\sqrt{x^2-2x+3}\right)$ (sol 2)	33) $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+3x}-\sqrt{x^2+x}\right)$ (sol 1)
34) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} x}{x}$ (sol 1)	35) $\lim_{x\to 81}\frac{x-81}{\sqrt{x}-9}$ (sol 18)	36) $\lim_{x\to 1}\frac{x-\lvert x\rvert}{2x}$ (sol 0)
37) $\lim_{x\to 2}\frac{3x-6}{(x-2)^2}=$ (sol $\propto$)	38) $\lim_{x\to 1}\frac{x^3-6x^2+5x}{x^4-x^3+x-1}$ (sol -2)	39) $\lim_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{2-x}}{x}=$ (sol $\propto$)

40) $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$ (sol 1/2)	41) $\lim_{x\to 1}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x^2-1}\right)$ (sol $\nexists$)	42) $\lim_{x\to\infty}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{x^2-1}\right)$ (sol 0)	43) $\lim_{x\to\pi/2}\frac{\operatorname{sen} 6x}{x}$ (sol 0)
44) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{sen} 6x}{x}$ (sol 6)	45) $\lim_{x\to\pi}\frac{\operatorname{sen} x}{\pi-x}$ (sol 1)	46) $\lim_{x\to 2}\frac{\operatorname{sen}(x-2)}{x^2-5x+6}$ (sol -1)	47) $\lim_{x\to 0}\frac{\operatorname{tg} 5x}{7x}$ (sol 5/7)

48) $\lim\limits_{x\to 1/2} \dfrac{\cos(\pi x)}{2x-1}$ (sol -π/2)	49) $\lim\limits_{x\to\propto} x\,sen\left(\dfrac{1}{x}\right)$ (sol 1)	50) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{x}sen(x)$ (sol 1)	51) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{tg} x}$ (sol 1)
52) $\lim\limits_{x\to 0^+} xLx$ (sol 0)	53) $\lim\limits_{x\to+\propto} x^2e^x$ (sol $\propto$)	54) $\lim\limits_{x\to+\propto}\dfrac{e^x-e^{-x}}{x^2+2x+1}$ (sol $+\propto$)	55) $\lim\limits_{x\to-\propto}\dfrac{e^x-e^{-x}}{x^2+2x+1}$ (sol $-\propto$)
56) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} tgx.\cos x$ (sol1)	57) $\lim\limits_{x\to 0}(1+\operatorname{sen} x)^x$ (sol 1)	58) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)^{\operatorname{sen} x}$ (sol 1)	59) $\lim\limits_{x\to\propto}\left(1+\dfrac{1}{x+2}\right)^{x-1}$ (sol e)
60) $\lim\limits_{x\to\propto}\left(\dfrac{x+1}{x-2}\right)^{3x}$ (sol e^{-9})	61) $\lim\limits_{x\to 0} x^{tgx}$ (sol1)	62) $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx)^{senx}$ (sol1)	63) $\lim\limits_{x\to 0^+}(1+3x)^{1/\operatorname{sen} x}$ (sol e^3)

13. Estudia La continuidad de las siguientes funciones

a) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x} & si\ x<0 \\ \dfrac{x^2-x}{x^2-1} & si\ 0\le x<1 \\ \dfrac{1}{x+1} & si\ x\ge 1 \end{cases}$

b) $f(x)=\begin{cases} \cos x & si\ x<0 \\ e^x & si\ o\le x\le 1 \\ \dfrac{1}{x+1} & si\ x>1 \end{cases}$

c) $f(x)=\begin{cases} senx & si\ x<0 \\ L\left(\dfrac{x^2+x}{x}\right) & si\ 0<x\le 1 \\ L(x^2+1) & si\ x>1 \end{cases}$

d) $f(x)=\begin{cases} L(-x) & si\ x<0 \\ tgx & si\ 0\le x\le\pi \\ \sec x & si\ \pi<x\le 2\pi \end{cases}$

e) $f(x)=\begin{cases} L\left(\dfrac{x^2+2x}{x}\right) & si\ x<0 \\ \dfrac{tgx}{senx} & si\ 0<x<\pi/2 \\ \dfrac{tgx}{\sec x} & si\ \pi/2<x<3\pi/2 \end{cases}$

f) $f(x)=\begin{cases} \cos x & si\ x<0 \\ e^x & si\ 0<x\le 1 \\ \dfrac{1}{L(e^x)} & si\ x>1 \end{cases}$

g) $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{4-x}-2}{x} & si\ x<0 \\ \dfrac{x+3}{x^2-1} & si\ x\ge 0 \end{cases}$