

EJERCICIOS GEOMETRÍA REFUERZO

- 1.-a) Define producto escalar de vectores. Enuncia sus propiedades. Interpretación geométrica.
b) Define: combinación lineal de vectores, vectores dependientes e independientes, sistema generador y base, bases ortogonales y ortonormales
c) Deduce la expresión analítica del producto escalar en una base ortonormal
- 2.- Dado el triángulo de vértices $A(5,4)$; $B(1,2)$ y $C(3,-4)$. Calcula la longitud de sus lados y el valor de sus ángulos.
- 3.- Sea $\{u,v\}$ una base de V^2 tal que $|u|=2$; $|v|=1$. Sean $a(-3,5)$ y $b(2,4)$ referidos a dicha base. sabiendo que $a \cdot b = -6$ calcula $u \cdot v$ y el ángulo que forman u y v
- 5.- Dados los vectores $a(2,3)$ y $u(-1,4)$.
a) Calcula un vector c ortogonal al vector a y de módulo 5. ¿ Es única la solución?. Razona la respuesta
b) Calcula un vector d del que sabemos que $d \cdot a = 1$ y $d \cdot u = 3$ ¿ Es única la solución?. Razona la respuesta.
- 6.- Dados los vectores $u(2,-5)$ y $v(5,1)$ Calcula la proyección ortogonal de v sobre u
- 7.- Decide sobre la verdad o falsedad de las siguientes proposiciones razonando la respuesta
 - a) $a(3,1)$ y $b(2,4)$ son L.I.
 - b) $a(2,1)$; $b(3,6)$ y $c(2,3)$ son L.I.
 - c) $a(3,5)$ es C.L. de $b(2,4)$
 - d) $a(2,1)$; $b(-6,-3)$ y $c(14,7)$ son un S.G.
 - e) $a(2,3)$ es C.L. de $b(1,5)$ y $c(2,5)$
- 8.- Dados los vectores $a(-3,1)$, $b(2,5)$ y $c(0,-4)$ halla las coordenadas de c en la base formada por a y b
- 9.- Dado el triángulo de vértices $A(2,4)$; $B(3,-1)$ y $C(-1,0)$
 - a) Calcula la recta paralela al lado AB pasando por el punto medio de CB
 - b) Calcula el ángulo C y la longitud de los lados del triángulo
 - c) Calcula la ecuación punto pendiente de la recta que pasando por A forma un ángulo de 120° con la parte positiva del eje OX
 - d) Calcula las coordenadas de un punto D que pertenece a la recta $3x-y+5=0$ y tal que ABD forman un triángulo isósceles de base AB
- 10.-a) Enuncia y demuestra el teorema del coseno
b) Deduce la expresión del coseno de la diferencia de dos ángulos

- 11.- Dados los puntos $A(2,4)$ y $B(5,-1)$
- Determina las coordenadas de un punto C , sabiendo que pertenece a la mediatriz del segmento AB y a la recta $x+3y-4=0$
 - Calcula el área del triángulo ABC
 - Halla el ángulo A y la ecuación de la altura que pasa por C
- 12.- Se desea determinar la altura de una antena situada sobre un montículo. Para ello, desde un punto C del suelo se mide el ángulo de elevación de su punto más alto : 67° ; situados en un punto D , 10 m. más cercano al montículo, se miden los ángulos de elevación de su punto más alto y más bajo : 70° y 66° . ¿Cuál es la altura de la antena?
- 13.- Resuelve la ecuación : $4\text{sen}(x/2)+2\text{cos}x=3$
- 14.- Un faro tiene 40 m de altura, hallándose situado sobre una roca. Desde un punto de la playa comprobamos que la distancia que nos separa de la base del faro es de 60m y la que nos separa de la cúpula del mismo es de 80m. Calcular la altura de la roca sobre la que se encuentra el faro
- 15.- Desde dos puntos de una playa situados a 500 m uno del otro, se observa un barco. Desde uno de ellos se mide el ángulo determinado por el otro punto y el barco, que resulta ser de 120° ; se repite la operación desde el otro punto y el ángulo es de 30° . ¿A qué distancia de ambos puntos se encuentra el barco?
- 16.- Dados los puntos $A(-2,1)$ y $B(3,4)$ halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos P del plano tales que el ángulo APB sea recto ($PA \perp PB$). Comprueba, geoméricamente, que dicho lugar es una circunferencia de diámetro AB .
- 17.- Deduce la expresión de la distancia de un punto a una recta.
- 18.- a) Sean u y v vectores de los que conocemos que $|u|=3$ y que $u=-2v$. Calcula $u \cdot v$
- b) Dados los vectores $u(2,1)$ y $w(3,x)$. Hallar x para que sean ortogonales. Hallar asimismo una base ortonormal de V^2 en la misma dirección y sentido que u y w
- 19.- Dados los puntos $A(1,-3)$ y $B(-2,3)$:
- Hallar la mediatriz del segmento AB
 - Hallar a para que la recta $ax+y+5=0$ sea paralela a la recta AB
- 20.- Resolver la ecuación $\text{cos}2x+\text{sen}x=4\text{sen}^2x$
- 21.- Dada la recta $r: x-3y+4=0$ halla:
- La recta perpendicular a ella pasando por el punto $A(2,-1)$
 - La distancia del punto $B(3,4)$ a la recta r

22.- Dados los puntos A(2,1); B(0,-5) y C(3,-2)

a) Calcula D para que ABCD sea un paralelogramo

b) Halla la longitud de sus lados

c) Halla el extremo de un representante del vector \overrightarrow{AB} con origen en el punto E(4,4)

22.- Dados los vectores $\vec{a}(2,3)$; $\vec{b}(1,5)$; $\vec{c}(3,8)$; $\vec{d}(-4,-6)$; $\vec{e}(-5,25)$ y $\vec{f}(3,15)$

Responder razonadamente a las siguientes cuestiones

a) ¿son \vec{a} y \vec{b} LD o LI? b) ¿son \vec{a} y \vec{d} sistema generador? c) ¿es \vec{a} combinación

lineal de \vec{c} d) ¿es \vec{e} combinación lineal de \vec{b} ? e) ¿son \vec{b} y \vec{f} base? f) ¿son \vec{a} , \vec{b} y

\vec{c} LD o LI? g) ¿es \vec{f} combinación lineal de \vec{b} ? h) ¿es \vec{c} combinación lineal de \vec{a} y \vec{b}

i) halla las coordenadas de \vec{f} en la base formada por \vec{a} y \vec{c} j) representa gráficamente

$$2\vec{a} - 1/2\vec{b} + 3\vec{c}$$

23. Dar si es posible un ejemplo de: a) 2 vectores LD b) 3 vectores que sean sistema

generador c) 2 vectores que no sean base d) 2 vectores de la misma dirección y que no sea

una combinación lineal del otro e) 2 vectores que sean combinación lineal de $\vec{a}(3,5)$

24.- Halla las ecuaciones paramétricas de la recta paralela a $x-3y+2=0$ y que pasa por el punto de intersección de $5x-3y+1=0$ y de $2x+y-4=0$

25. Resolver $\cos 2x + 5\cos x + 3 = 0$

26. Sabiendo que $\operatorname{tg} a = 1'28$ y que a pertenece al tercer cuadrante, calcula sus restantes razones

27. Sabiendo que $\operatorname{sen} 25 = 0'42$ calcula razonadamente: $\operatorname{sen} 65$; $\operatorname{tg} 335$; $\operatorname{sec} 205$; $\operatorname{cosec} 875$

28. a) ¿Qué otro ángulo de la primera circunferencia tiene el mismo coseno que $126^\circ 12' 13''$?

b) Indica en grados, minutos y segundos los dos ángulos de la primera circunferencia

cuyo seno vale $\operatorname{sen} a = 0'327$

29. Dados los vectores $a(1,4)$; $b(4,x)$; $c(3,-2)$

a) Calcula las coordenadas del vector $2a-3c$

b) Halla x para que el módulo del vector b valga 5

c) Halla x para que los vectores a y b tengan la misma dirección

30. Dado el punto A(1,2) Halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos que distan 5 unidades del punto A. ¿Qué figura constituye dicho lugar geométrico?

- 31.- Dados los puntos A(2,4) B(5,-1) y C(-2,3)
- Calcula el área del triángulo ABC
 - Halla el ángulo A y la ecuación de la altura que pasa por C
 - Calcula la ecuación de la recta que pasando por A forma 45° con la recta AB
32. -Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto de intersección de las rectas $y=2x-1$ y $3x-2y=1$ y que forman un ángulo de 45° con la primera de ellas.
- 33.-Dados los vectores $u(4,3)$ y $v(-1,4)$
- Calcula la proyección del vector v sobre el vector u
 - Calcula un vector a ortogonal al vector u y de módulo 5. Razona de forma geométrica porqué la solución no es única.
 - Calcula un vector b del que sabemos que $b \cdot u=1$ y $b \cdot v=3$
 - Si de un vector c sabemos que $|c-u|=2$ y que $|c|=3$ ¿cuánto vale el producto $c \cdot u$?
34. a) Calcula el simétrico de $P=(2,1)$ respecto de la recta $r: 4x - 3y + 2 = 0$
 b) Calcula m y n para que la recta $y=mx + n$ sea paralela a r y pase por P .
35. Calcula el lugar geométrico de los puntos que distan 5 unidades de la recta s :
- $$\begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \end{cases}$$
36. Dados $a = (2, 1)$ y $b = (6, 2)$, halla un vector c tal que $c \cdot a = 1$ y $c \perp b$
37. Indica razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
- $(2, 6)$ y $(2/3, 2)$ forman una base del plano.
 - Indica razonadamente si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: $(\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{c}$ es un número para cualesquiera vectores \vec{a} , \vec{b} y \vec{c} .
 - Calcula el valor de k para que Los puntos $A(-3, 5)$, $B(2, 1)$ y $C(6, k)$ estén alineados.
38. a) Dada la recta $r: \begin{cases} x = 1 - 5\lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$ escribe la ecuación explícita, de la recta perpendicular a r que pasa por $B(-2, 5)$
- Halla la ecuación de la recta que pasa por $P(1, -3)$ y es paralela a la recta $2x - 3y + 5 = 0$
 - Escribe la ecuación de la recta que es perpendicular al segmento PQ en su punto medio, siendo $P(0, 4)$ y $Q(-6, 0)$